

Φυσική Κατεύθυνσης - Επαναληπτικές 2003

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-4 ζητείται η σωστή επιλογή. Στην ερώτηση 5 ζητούνται οι κατάλληλες λέξεις συμπλήρωσης.

Ερώτηση	Σωστή απάντηση	Αιτιολόγηση
1	α	Για κινούμενο παρατηρητή που πλησιάζει ακίνητη πηγή: $f_A = f_S \cdot (u + u_A) / u$, άρα $f_S = f_A \cdot u / (u + u_A)$.
2	δ	Στο LC ισχύει $I_{\max} = \omega Q_{\max}$. Άρα $Q_{\max} = 0,5/10^4 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$.
3	β	Το φαινομενικά μικρότερο βάθος οφείλεται στη διάθλαση του φωτός στην επιφάνεια νερού-αέρα.
4	γ	Αφού $f_{\text{διεγέρτ}} > f_0$, με περαιτέρω αύξηση απομακρυνόμαστε από τον συντονισμό, άρα το πλάτος μειώνεται.

Συμπλήρωση προτάσεων

Πρόταση	Λέξη	Σχόλιο
α	έκκεντρη	Όταν οι ταχύτητες των κέντρων μάζας είναι παράλληλες, η κρούση δεν γίνεται στην ίδια ευθεία των κέντρων μάζας, άρα λέγεται έκκεντρη.
β	μηδέν	Αν η συνολική εξωτερική ροπή είναι μηδέν, τότε $\Delta L = 0$.
γ	διάχυση	Μετά την ανάκλαση οι παράλληλες ακτίνες δεν παραμένουν παράλληλες.
δ	περιόδου	Σε χρόνο μίας περιόδου το κύμα διαδίδεται κατά ένα μήκος κύματος.
ε	επιταχυνόμενη	Ηλεκτρομαγνητικό κύμα παράγεται από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία.

ΘΕΜΑ 2ο

2.1 Σταθερότητα της περιόδου περιστροφής της Γης

Η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της αντιμετωπίζεται ως στροφική κίνηση στερεού σώματος. Για την ολική στροφορμή της ισχύει:

$$\Sigma \tau_{\text{ext}} = dL/dt$$

Η συνολική εξωτερική ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής θεωρείται πρακτικά μηδενική. Άρα:

$$\Sigma \tau_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow dL/dt = 0 \Rightarrow L = \text{σταθερή}$$

Εφόσον για τη Γη η ροπή αδράνειας I ως προς τον άξονά της θεωρείται σταθερή, έχουμε:

$$L = I\omega = \text{σταθερή} \Rightarrow \omega = \text{σταθερή}$$

Σταθερή γωνιακή ταχύτητα σημαίνει σταθερή περίοδος περιστροφής:

$$T = 2\pi/\omega = \text{σταθερή}$$

Άρα η χρονική διάρκεια της περιστροφής παραμένει 24 ώρες.

2.2 Επιλογή σταθμού ραδιοφώνου

Σωστή επιλογή: β. Η χωρητικότητα του πυκνωτή μειώνεται.

Το κύκλωμα επιλογής σταθμών είναι κύκλωμα LC. Η ιδιοσυχνότητά του είναι:

$$f = 1/(2\pi\sqrt{LC})$$

Το L θεωρείται σταθερό. Γυρίζοντας από 91,6 MHz σε 105,8 MHz, η συχνότητα αυξάνεται. Από τον τύπο προκύπτει ότι:

$$f \uparrow \Rightarrow \sqrt{C} \downarrow \Rightarrow C \downarrow$$

Άρα για να συντονιστεί το κύκλωμα σε μεγαλύτερη συχνότητα, η χωρητικότητα πρέπει να μειωθεί.

2.3 Απόδειξη τύπου στροφικής κινητικής ενέργειας

Χωρίζουμε νοητά το στερεό σε πολλά μικρά στοιχειώδη σωματίδια μάζας m_i . Το καθένα απέχει από τον άξονα απόσταση r_i και έχει γραμμική ταχύτητα:

$$v_i = \omega r_i$$

Η συνολική κινητική ενέργεια του στερεού λόγω περιστροφής είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών όλων των στοιχειωδών μαζών:

$$K = \Sigma(1/2 m_i v_i^2) = \Sigma(1/2 m_i \omega^2 r_i^2)$$

Η γωνιακή ταχύτητα είναι κοινή για όλα τα σημεία του στερεού, άρα βγαίνει κοινός παράγοντας:

$$K = 1/2 \omega^2 \Sigma(m_i r_i^2)$$

Όμως, από τον ορισμό της ροπής αδράνειας:

$$I = \Sigma(m_i r_i^2)$$

Επομένως:

$$K = 1/2 I \omega^2$$

2.4 Έλεγχος αν η εξίσωση περιγράφει Η/Μ κύμα στο κενό

Δίνεται:

$$E = 75\eta\mu[2\pi(12 \cdot 10^{10}t - 4 \cdot 10^4 x)]$$

Η γενική μορφή αρμονικού κύματος είναι:

$$E = E_{\max} \eta\mu[2\pi(ft - x/\lambda)]$$

Με σύγκριση παίρνουμε:

$$f = 12 \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$$

$$1/\lambda = 4 \cdot 10^4 \Rightarrow \lambda = 1/(4 \cdot 10^4) = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης που προκύπτει είναι:

$$v = \lambda f = (2,5 \cdot 10^{-5})(1,2 \cdot 10^{11}) = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Στο κενό ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα πρέπει να διαδίδεται με ταχύτητα:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Επειδή $v = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s} \neq 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, η δοσμένη εξίσωση δεν περιγράφει ηλεκτρικό πεδίο αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό.

ΘΕΜΑ 3ο

Δεδομένα: $A = 0,08 \text{ m}$, $\lambda = 2 \text{ m}$, $v = 100 \text{ m/s}$, $m = 0,002 \text{ kg}$. Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x και στο $x=0$, $t=0$ έχει $y=0$ και θετική ταχύτητα ταλάντωσης.

3α. Συχνότητα ταλάντωσης

Για κάθε αρμονικό κύμα ισχύει:

$$v = \lambda f$$

$$f = v/\lambda = 100/2 = 50 \text{ Hz}$$

Άρα τα σημεία της χορδής ταλαντώνονται με συχνότητα 50 Hz.

3β. Εξίσωση του κύματος

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και τον κυματικό αριθμό:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/2 = \pi \text{ rad/m}$$

Για κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά:

$$y = A\eta\mu(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Στο $x=0$, $t=0$ έχουμε $y=0$. Άρα $\eta\mu(\varphi_0)=0$. Επίσης η ταχύτητα ταλάντωσης είναι θετική:

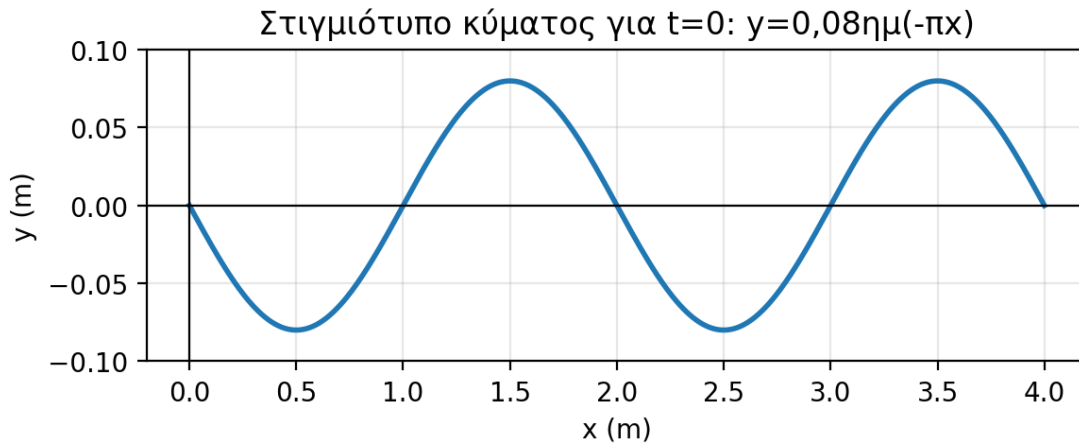
$$v_y = dy/dt = A\omega \sigma\upsilon\nu(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Στο $x=0$, $t=0$ πρέπει $v_y > 0$, άρα $\sigma\upsilon\nu(\varphi_0) > 0$. Επιλέγουμε $\varphi_0=0$.

Επομένως η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = 0,08\eta\mu(100\pi t - \pi x)$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο για $t=0$.



3γ. Ενέργεια ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος

Το στοιχειώδες τμήμα θεωρείται υλικό σημείο που εκτελεί ΑΑΤ. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

Με $\omega=100\pi$ rad/s, $A=0,08$ m και $m=0,002$ kg:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0,002 \cdot (100\pi)^2 \cdot (0,08)^2$$

$$E = 0,001 \cdot 10000\pi^2 \cdot 0,0064$$

Δίνεται $\pi^2=10$, άρα:

$$E = 0,001 \cdot 100000 \cdot 0,0064 = 0,64 \text{ J}$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι 0,64 J.

3δ. Θέση του 11ου δεσμού στο στάσιμο κύμα

Όταν δύο όμοια κύματα ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους και αντίθετης φοράς συμβάλλουν, σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Αφού στο $x=0$ υπάρχει κοιλία, η εξίσωση μπορεί να γραφεί με παράγοντα πλάτους:

$$y = 2A\eta\mu(\omega t)\sigma\upsilon\nu(kx)$$

Οι δεσμοί είναι τα σημεία όπου το πλάτος μηδενίζεται:

$$\sigma\upsilon\nu(kx) = 0$$

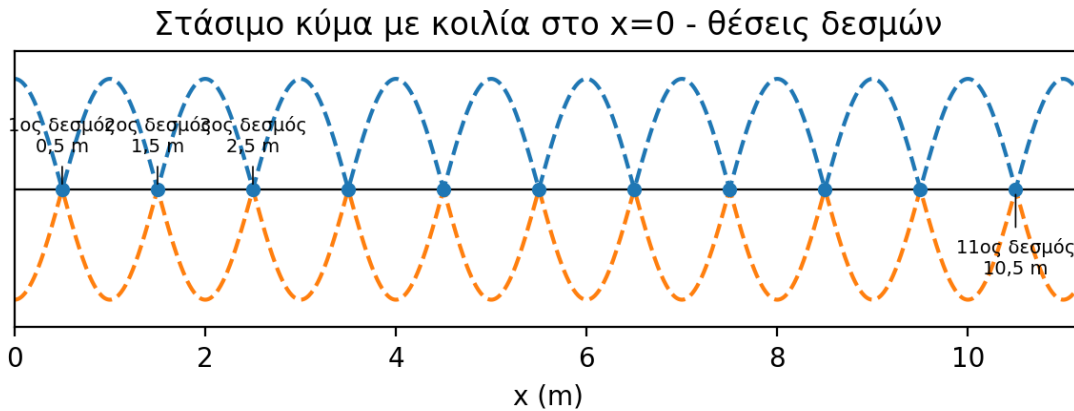
$$kx = (2\nu+1)\pi/2, \nu=0,1,2,\dots$$

Επειδή $k=2\pi/\lambda$, οι θέσεις των δεσμών είναι:

$$x = (2\nu+1)\lambda/4$$

Στον θετικό ημιάξονα ο 1ος δεσμός αντιστοιχεί σε $\nu=0$, ο 2ος σε $\nu=1$, άρα ο 11ος σε $\nu=10$:

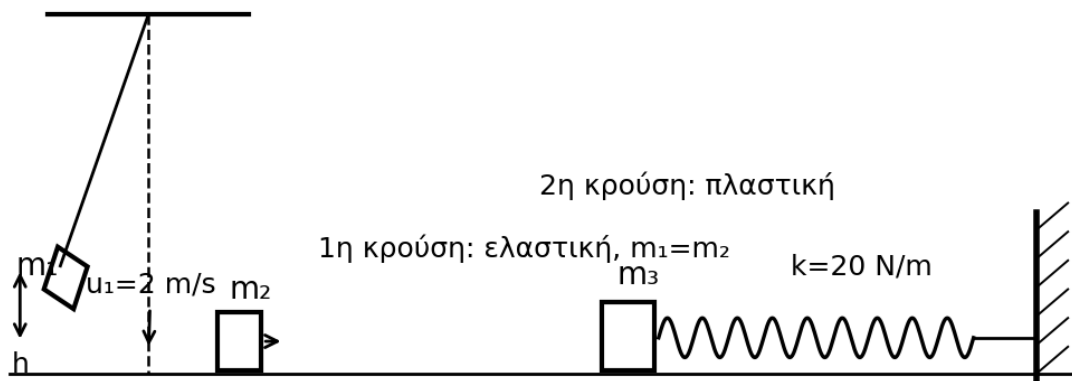
$$x_{11} = (2 \cdot 10 + 1)\lambda/4 = 21 \cdot 2/4 = 10,5 \text{ m}$$



Άρα ο 11ος δεσμός βρίσκεται στη θέση $x = 10,5 \text{ m}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δεδομένα: $m_1=0,1 \text{ kg}$, $m_2=m_1=0,1 \text{ kg}$, $m_3=0,7 \text{ kg}$, $k=20 \text{ N/m}$, $u_1=2 \text{ m/s}$, $g=10 \text{ m/s}^2$. Η πρώτη κρούση είναι μετωπική ελαστική και η δεύτερη μετωπική πλαστική. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.



4α. Ύψος h

Από τη θέση όπου αφήνεται το σώμα m_1 μέχρι την κατώτερη θέση, η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Η απώλεια βαρυτικής δυναμικής ενέργειας γίνεται κινητική ενέργεια:

$$m_1gh = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$$

Η μάζα απλοποιείται:

$$gh = u_1^2/2$$

$$h = u_1^2/(2g) = 2^2/(2 \cdot 10) = 4/20 = 0,2 \text{ m}$$

Άρα $h = 0,2 \text{ m}$.

4β. Ταχύτητα του m_2 πριν συγκρουστεί με το m_3

Η πρώτη κρούση είναι μετωπική ελαστική μεταξύ ίσων μαζών, με το m_2 αρχικά ακίνητο. Σε τέτοια κρούση οι ταχύτητες ανταλλάσσονται.

$$u_1 \text{ πριν} = 2 \text{ m/s}, u_2 \text{ πριν} = 0$$

$$v_1 \text{ μετά} = 0, \quad v_2 \text{ μετά} = 2 \text{ m/s}$$

Το επίπεδο είναι λείο, άρα το m_2 φτάνει στο m_3 χωρίς να αλλάξει η ταχύτητά του.

$$v_2 = 2 \text{ m/s}$$

Άρα το m_2 προσκρούει στο m_3 με ταχύτητα 2 m/s.

4γ. Πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

Στη δεύτερη κρούση το m_2 συγκρούεται πλαστικά με το m_3 . Κατά τη διάρκεια της πολύ μικρής χρονικά κρούσης διατηρείται η ορμή του συστήματος m_2 - m_3 :

$$m_2 v_2 + m_3 \cdot 0 = (m_2 + m_3) V$$

$$V = m_2 v_2 / (m_2 + m_3) = (0,1 \cdot 2) / (0,1 + 0,7) = 0,2 / 0,8 = 0,25 \text{ m/s}$$

Μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα έχει μάζα:

$$M = m_2 + m_3 = 0,8 \text{ kg}$$

Τη στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Άρα η αρχική απομάκρυνση είναι $x_0 = 0$ και η αρχική ταχύτητα είναι $V = 0,25 \text{ m/s}$.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{k/M} = \sqrt{(20/0,8)} = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s}$$

Σε ΑΑΤ με $x_0 = 0$, η μέγιστη ταχύτητα είναι $v_{\max} = \omega A$. Εδώ η αρχική ταχύτητα είναι μέγιστη, άρα:

$$V = \omega A \Rightarrow A = V/\omega = 0,25/5 = 0,05 \text{ m}$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A = 0,05 \text{ m}$.

4δ. Ορμή του συσσωματώματος μετά από $t = \pi/15 \text{ s}$

Από τη στιγμή που το συσσωμάτωμα αρχίζει την ταλάντωση έχουμε $x_0 = 0$ και θετική αρχική ταχύτητα. Άρα μπορούμε να γράψουμε:

$$x = A \sin(\omega t)$$

$$v = dx/dt = A \omega \cos(\omega t)$$

Επειδή $A \omega = V = 0,25 \text{ m/s}$ και $\omega = 5 \text{ rad/s}$:

$$v = 0,25 \cos(5t)$$

Για $t = \pi/15 \text{ s}$:

$$\omega t = 5 \cdot \pi/15 = \pi/3$$

$$v = 0,25 \cos(\pi/3)$$

Δίνεται $\cos(\pi/3) = 0,5$, άρα:

$$v = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125 \text{ m/s}$$

Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος είναι:

$$p = M|v| = 0,8 \cdot 0,125 = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Άρα $p = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.