

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Επαναληπτικές Πανελλήνιες 2010 - Αναλυτικές λύσεις
ΘΕΜΑ Α
A1-A4: Σωστές επιλογές

Ερώτημα	Απάντηση	Σύντομη αιτιολόγηση
A1	γ	Σε ελαστική κρούση με κατακόρυφο τοίχο η συνιστώσα της ταχύτητας κάθετα στον τοίχο αλλάζει φορά, ενώ η παράλληλη μένει ίδια. Άρα γωνία πρόσπτωσης = γωνία ανάκλασης.
A2	α	Σε ιδανικό κύκλωμα LC δεν υπάρχουν απώλειες. Η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή και απλώς μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μαγνητική και αντίστροφα.
A3	δ	Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια ενός στερεού στην περιστροφική κίνηση.
A4	γ	Για διαφορά φάσης 180° το σύνθετο πλάτος είναι $ A_1 - A_2 $. Αν $A_1 > A_2$, γράφεται $A_1 - A_2$.

A5: Σωστό / Λάθος

Πρόταση	Χαρακτηρισμός	Αιτιολόγηση
α	Λάθος	Στην ελαστική κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.
β	Σωστό	Κατά τη συρρίκνωση μειώνεται η ροπή αδράνειας. Με διατήρηση στροφορμής $I\omega = \text{σταθερό}$, η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται.
γ	Σωστό	Στο στάσιμο κύμα όλα τα σημεία που ταλαντώνονται περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας. Οι δεσμοί βρίσκονται μόνιμα σε αυτήν.
δ	Λάθος	Οι ακτίνες γ έχουν εξαιρετικά μικρά μήκη κύματος, όχι της τάξεως μερικών nm.
ε	Σωστό	Ένα πραγματικό κύκλωμα LC μπορεί να χάνει ενέργεια και λόγω εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

ΘΕΜΑ Β

B1. Ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Δίνονται:

$$E = 3 \cdot 10^2 \text{ ημ}[2\pi(8 \cdot 10^{11} t - 4 \cdot 10^3 x)]$$

$$B = 10^{-6} \text{ ημ}[2\pi(8 \cdot 10^{11} t - 4 \cdot 10^3 x)]$$

Από τη φάση παίρνουμε:

$$f = 8 \cdot 10^{11} \text{ Hz}, \quad 1/\lambda = 4 \cdot 10^3 \Rightarrow \lambda = 1/(4 \cdot 10^3) \text{ m}$$

$$\text{υκύματος} = \lambda f = (8 \cdot 10^{11})/(4 \cdot 10^3) = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Για ηλεκτρομαγνητικό κύμα πρέπει να ισχύει ότι ο λόγος των πλάτων είναι ίσος με την ταχύτητα διάδοσης στο μέσο:

$$E_0/B_0 = \upsilon$$

Όμως:

$$E_0/B_0 = (3 \cdot 10^2)/(10^{-6}) = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Αρα προκύπτουν δύο διαφορετικές ταχύτητες: από τη φάση $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, ενώ από τον λόγο E_0/B_0 $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Δεν γίνεται να περιγράψουν το ίδιο Η/Μ κύμα.

Σωστή απάντηση: γ.

B2. Φαινόμενο Doppler

Όταν η πηγή πλησιάζει ακίνητο παρατηρητή:

$$f_{\pi\lambda} = f \cdot \upsilon / (\upsilon - \upsilon_s)$$

Όταν η πηγή έχει προσπεράσει τον παρατηρητή και απομακρύνεται:

$$f_{\alpha\pi} = f \cdot \upsilon / (\upsilon + \upsilon_s)$$

Η δεύτερη συχνότητα είναι κατά 30% μικρότερη από την πρώτη:

$$f_{\alpha\pi} = 0,70 f_{\pi\lambda} = (7/10) f_{\pi\lambda}$$

$$[\upsilon / (\upsilon + \upsilon_s)] / [\upsilon / (\upsilon - \upsilon_s)] = 7/10$$

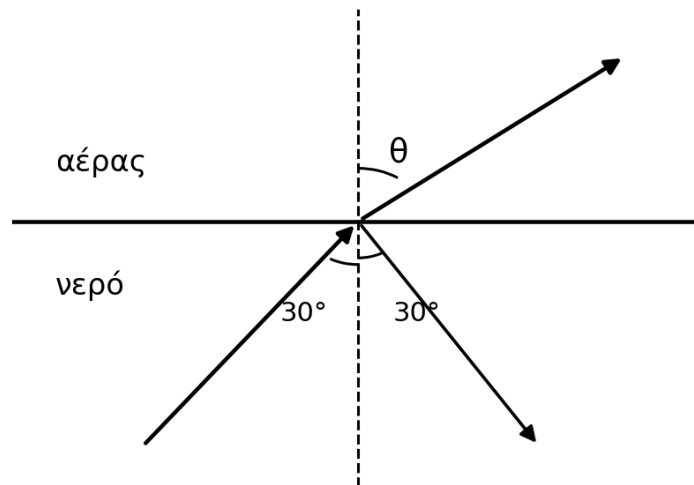
$$(\upsilon - \upsilon_s) / (\upsilon + \upsilon_s) = 7/10$$

$$10\upsilon - 10\upsilon_s = 7\upsilon + 7\upsilon_s \Rightarrow 3\upsilon = 17\upsilon_s$$

$$\upsilon_s = 3\upsilon/17$$

Σωστή απάντηση: β.

B3. Διάθλαση από νερό σε αέρα



Σχήμα B3: ακτίνα στο νερό προσπίπτει με 30° και εξέρχεται στον αέρα.

Ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι:

$$n_{\text{νερού}} = c/v$$

Για τον αέρα παίρνουμε πρακτικά:

$$n_{\text{αέρα}} \approx 1$$

Με νόμο Snell:

$$n_{\text{νερού}} \sin 30^\circ = n_{\text{αέρα}} \sin \theta$$

$$(c/v) \cdot (1/2) = \sin \theta$$

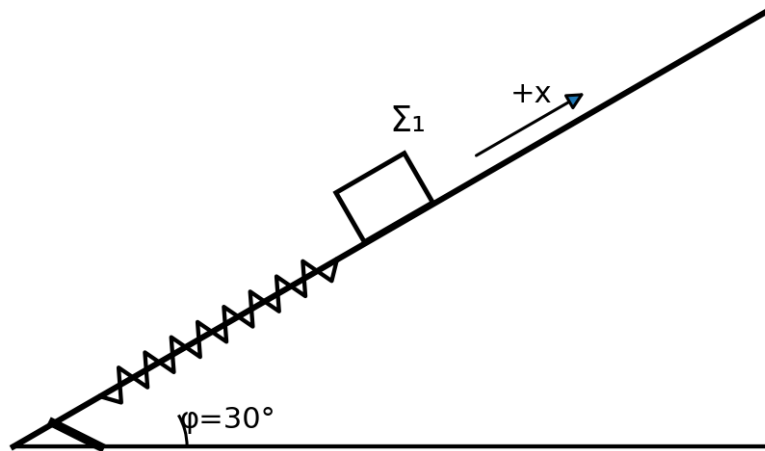
$$\sin \theta = c/(2v)$$

Αφού η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα, υπάρχει πραγματική γωνία θ , άρα πρέπει $\sin \theta < 1$. Επομένως:

$$c/(2v) < 1 \Rightarrow v > c/2$$

Σωστή απάντηση: γ.

ΘΕΜΑ Γ

Σχήμα Γ: σώμα Σ_1 σε λείο κεκλιμένο επίπεδο με ελατήριο.

Δεδομένα:

$$m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, K = 100 \text{ N/m}, \varphi = 30^\circ, g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\eta_{\mu\varphi} = 1/2 \Rightarrow m g \eta_{\mu\varphi} = 1 \cdot 10 \cdot 1/2 = 5 \text{ N}$$

Γ1. Απόδειξη απλής αρμονικής ταλάντωσης

Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 η δύναμη του ελατηρίου εξισορροπεί τη συνιστώσα του βάρους:

$$Kx_0 = m_1 g \eta_{\mu\varphi}$$

$$x_0 = (m_1 g \eta_{\mu\varphi}) / K = 5 / 100 = 0,05 \text{ m}$$

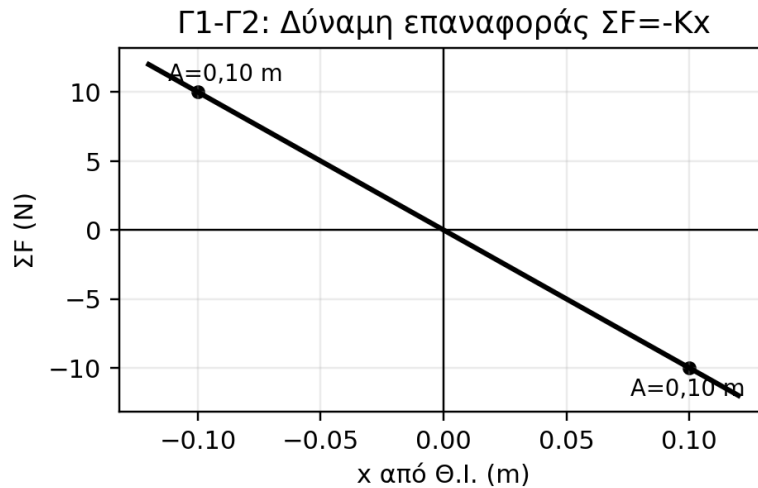
Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά x από τη θέση ισορροπίας, η συνισταμένη δύναμη κατά μήκος του επιπέδου γίνεται:

$$\Sigma F = -Kx$$

Η δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης και αντίθετης φοράς. Άρα το Σ_1 εκτελεί Α.Α.Τ. με σταθερά επαναφοράς:

$$D = K = 100 \text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{(K/m_1)} = \sqrt{(100/1)} = 10 \text{ rad/s}$$



Διάγραμμα Γ1-Γ2: η συνισταμένη δύναμη είναι γραμμική και αντίθετη της απομάκρυνσης.

Γ2. Μέγιστος ρυθμός μεταβολής ορμής του Σ_1

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη:

$$dp/dt = \Sigma F$$

Στην Α.Α.Τ. το μέτρο της δύναμης είναι μέγιστο στις ακραίες θέσεις:

$$|\Sigma F|_{\max} = D \cdot A$$

Η απομάκρυνση είναι $d_1 = 0,1$ m, άρα το πλάτος είναι $A = 0,1$ m.

$$|dp/dt|_{\max} = 100 \cdot 0,1 = 10 \text{ N}$$

Απάντηση: 10 N.

Γ3. Σταθερά επαναφοράς του Σ_2 όσο τα σώματα είναι σε επαφή

Όσο τα σώματα κινούνται μαζί, συμπεριφέρονται ως σύστημα μάζας:

$$m_{\text{ολ}} = m_1 + m_2 = 2 \text{ kg}$$

Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι K , άρα:

$$\omega^2 = K/(m_1 + m_2) = 100/2 = 50 \text{ s}^{-2}$$

Το Σ_2 έχει την ίδια επιτάχυνση με το σύστημα. Άρα για το Σ_2 :

$$D_2 = m_2 \omega^2 = 1 \cdot 50 = 50 \text{ N/m}$$

Απάντηση: $D_2 = 50 \text{ N/m}$.

Γ4. Απόσταση μέχρι να χαθεί η επαφή

Για τα δύο σώματα μαζί, η θέση ισορροπίας αντιστοιχεί σε συμπίεση ελατηρίου:

$$Kx_{\text{ισ}} = (m_1 + m_2)g_{\text{ημφ}}$$

$$x_{10} = (2 \cdot 10 \cdot 1/2) / 100 = 10/100 = 0,10 \text{ m}$$

Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta \ell = 0,30 \text{ m}$. Άρα η αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του συστήματος είναι:

$$X_0 = x_{10} - \Delta \ell = 0,10 - 0,30 = -0,20 \text{ m}$$

Η επιτάχυνση του συστήματος είναι:

$$a = -\omega^2 X = -50X$$

Για το σώμα Σ_2 , κατά μήκος του επιπέδου:

$$N - m_2 g \mu \phi = m_2 a$$

Η επαφή χάνεται όταν $N=0$:

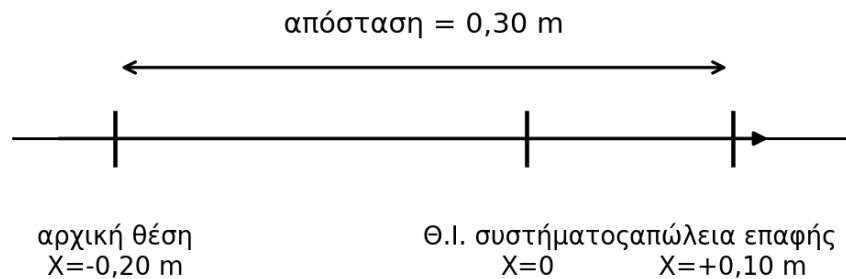
$$0 - m_2 g \mu \phi = m_2 a \Rightarrow a = -g \mu \phi = -5 \text{ m/s}^2$$

Με $a = -50X$:

$$-50X = -5 \Rightarrow X = 0,10 \text{ m}$$

Άρα η απώλεια επαφής γίνεται όταν το σύστημα έχει περάσει από $X = -0,20 \text{ m}$ σε $X = +0,10 \text{ m}$. Η απόσταση από την αρχική θέση είναι:

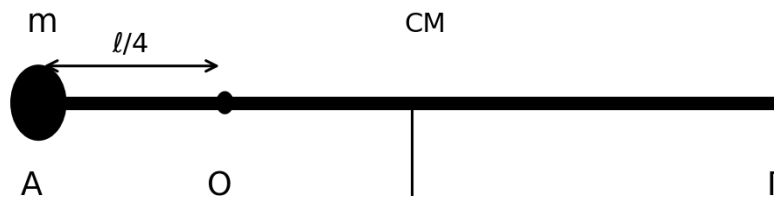
$$s = 0,10 - (-0,20) = 0,30 \text{ m}$$



Σχήμα Γ4: Θέσεις πάνω στον άξονα απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του συστήματος.

Απάντηση: η επαφή χάνεται σε απόσταση $0,30 \text{ m}$ από τη θέση από όπου αφέθηκαν.

ΘΕΜΑ Δ

Σχήμα Δ1: αρχική ισορροπία με άξονα στο O, όπου $AO = l/4$.Δ1. Υπολογισμός των μαζών m και M

Ο άξονας περνά από το O, με $AO = l/4$. Το κέντρο μάζας της ράβδου απέχει από το A απόσταση $l/2$, άρα από το O απέχει:

$$OCM = l/2 - l/4 = l/4$$

Η μάζα m στο A απέχει επίσης $l/4$ από το O. Για ισορροπία ροπών ως προς O:

$$mg \cdot l/4 = Mg \cdot l/4 \Rightarrow m = M$$

Η δύναμη από τον άξονα έχει μέτρο $F = 20 \text{ N}$ και ισορροπεί το συνολικό βάρος:

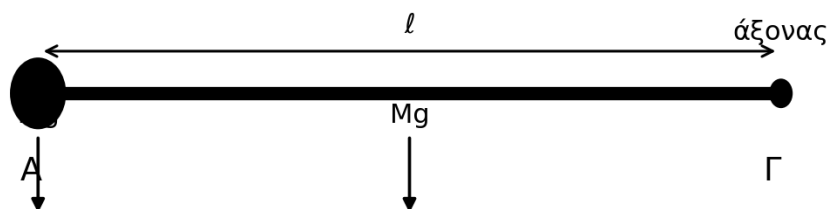
$$F = (m+M)g$$

$$20 = (m+M) \cdot 10 \Rightarrow m+M = 2 \text{ kg}$$

Με $m=M$ προκύπτει:

$$m = M = 1 \text{ kg}$$

Απάντηση: $m=1 \text{ kg}$ και $M=1 \text{ kg}$.

Δ2. Υπολογισμός του μήκους l 

Σχήμα Δ2: νέα περιστροφή γύρω από το άκρο Γ.

Τώρα ο άξονας είναι στο Γ. Στην οριζόντια θέση οι ροπές των βαρών ως προς Γ είναι:

$$\tau = Mg \cdot \ell/2 + mg \cdot \ell$$

$$\tau = 1 \cdot 10 \cdot \ell/2 + 1 \cdot 10 \cdot \ell = 5\ell + 10\ell = 15\ell$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς Γ είναι:

$$I = I_{\text{ράβδου, Γ}} + I_m$$

$$I_{\text{ράβδου, Γ}} = I_{\text{cm}} + M(\ell/2)^2 = (1/12)M\ell^2 + (1/4)M\ell^2 = (1/3)M\ell^2$$

$$I_m = m\ell^2$$

$$I = (1/3)\ell^2 + \ell^2 = (4/3)\ell^2$$

Από τον νόμο της στροφικής κίνησης:

$$\Sigma \tau = I \alpha_{\omega}$$

$$15\ell = (4/3)\ell^2 \cdot 3,75$$

$$15\ell = 5\ell^2 \Rightarrow \ell = 3 \text{ m}$$

Απάντηση: $\ell=3 \text{ m}$.

Δ3. Λόγος κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια

Κατά την περιστροφή όλα τα σημεία έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω . Για τη σημειακή μάζα m :

$$K_m = (1/2)m\ell^2\omega^2$$

Για όλο το σύστημα:

$$K_{\text{ολ}} = (1/2)I\omega^2 = (1/2)(4/3\ell^2)\omega^2$$

Άρα:

$$K_m/K_{\text{ολ}} = [m\ell^2]/I = \ell^2/[(4/3)\ell^2] = 3/4$$

Απάντηση: $K_m/K_{\text{ολ}} = 3/4$.

Δ4. Στροφορμή όταν η ράβδος έχει στραφεί με $\eta\mu\phi=0,3$

Χρησιμοποιούμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας. Από την οριζόντια θέση μέχρι τη γωνία ϕ , η απώλεια δυναμικής ενέργειας γίνεται κινητική ενέργεια περιστροφής.

Η μάζα m κατεβαίνει κατακόρυφα κατά $\eta\mu\phi$. Το κέντρο μάζας της ράβδου κατεβαίνει κατά $(\ell/2)\eta\mu\phi$. Άρα:

$$K = mg\ell\eta\mu\phi + Mg(\ell/2)\eta\mu\phi$$

$$K = g\eta\mu\phi(m\ell + M\ell/2)$$

Με $m=M=1 \text{ kg}$, $\ell=3 \text{ m}$, $g=10 \text{ m/s}^2$ και $\eta\mu\phi=0,3$:

$$K = 10 \cdot 0,3 \cdot (1 \cdot 3 + 1 \cdot 3/2)$$

$$K = 3 \cdot (3 + 1,5) = 13,5 \text{ J}$$

Επίσης:

$$I = (4/3)\ell^2 = (4/3) \cdot 9 = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Για περιστροφική κίνηση:

$$K = L^2 / (2I)$$

$$L = \sqrt{(2IK)} = \sqrt{(2 \cdot 12 \cdot 13,5)} = \sqrt{324} = 18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Απάντηση: $L = 18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.