

Φυσική Κατεύθυνσης - Επαναληπτικές Πανελλήνιες 2012

ΘΕΜΑ Α

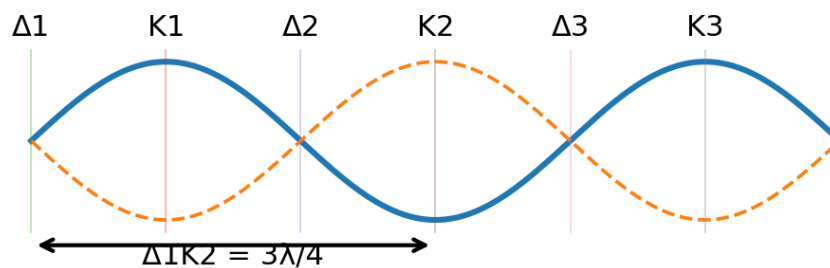
A1

Σωστή απάντηση: δ.

Σε μετωπική κρούση οι κινήσεις είναι πάνω στην ίδια ευθεία. Μετά την ελαστική κρούση οι ταχύτητες μπορεί να έχουν ίδια ή αντίθετη φορά, ανάλογα με τις μάζες, αλλά έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

A2

Σωστή απάντηση: β.



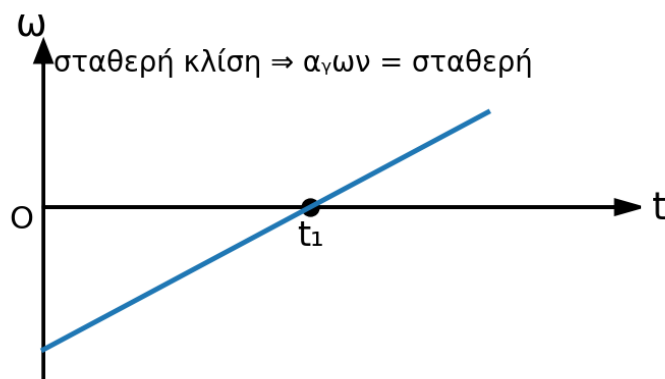
Διαδοχικοί δεσμοί και κοιλίες στάσιμου κύματος.

Σε στάσιμο κύμα η απόσταση διαδοχικού δεσμού - κοιλίας είναι $\lambda/4$. Από τον δεσμό Δ1 μέχρι την κοιλία K2 έχουμε τρία τέτοια τμήματα:

$$\Delta 1K2 = \Delta 1K1 + K1\Delta 2 + \Delta 2K2 = \lambda/4 + \lambda/4 + \lambda/4 = 3\lambda/4$$

A3

Σωστή απάντηση: β.



Η γραφική παράσταση ω - t είναι ευθεία με σταθερή κλίση.

$$\alpha_{\gamma\omega\omega} = d\omega/dt = \text{σταθερή} \neq 0$$

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\omega}$$

Εφόσον η ροπή αδράνειας ως προς σταθερό άξονα είναι σταθερή, η συνισταμένη ροπή είναι σταθερή και διαφορετική του μηδενός. Το ότι η ω μηδενίζεται στη στιγμή t_1 δεν σημαίνει ότι μηδενίζεται και η ροπή. Η ροπή «κοιτάει» την κλίση, όχι την τιμή της ω .

A4

Σωστή απάντηση: γ.

Όταν η σταθερά απόσβεσης b αυξηθεί, η δύναμη αντίστασης για την ίδια ταχύτητα γίνεται μεγαλύτερη. Άρα η ενέργεια χάνεται γρηγορότερα και το πλάτος μειώνεται πιο γρήγορα. Στη φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.

A5

α. Σωστό. Στην κεραία το ρεύμα γίνεται μέγιστο όταν τα φορτία στα άκρα της μηδενίζονται, όπως σε ηλεκτρική ταλάντωση.

β. Λάθος. Οι ακτίνες Χ δεν είναι πυρηνική ακτινοβολία. Εκπέμπονται κυρίως κατά την επιβράδυνση ηλεκτρονίων ή από μεταπτώσεις εσωτερικών ηλεκτρονίων.

γ. Λάθος. Το πλάτος κύματος καθορίζεται από την πηγή και την ενέργεια που μεταφέρεται, όχι από το μήκος κύματος λ .

δ. Λάθος. Η πρόταση είναι υπερβολικά γενική. Το θεώρημα Steiner συγκρίνει παράλληλους άξονες: για άξονες παράλληλους μεταξύ τους, η ελάχιστη ροπή είναι ως προς τον άξονα που περνά από το Κ.Μ.

ε. Σωστό. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ισούται με ροπή: $dL/dt = \Sigma\tau$. Μονάδα ροπής είναι το $N \cdot m$.

ΘΕΜΑ Β

B1 - Φαινόμενο Doppler με ανάκλαση



Το αυτοκίνητο λειτουργεί πρώτα ως κινούμενος παρατηρητής και μετά ως κινούμενη πηγή.

Σωστή απάντηση: α.

Πρώτο στάδιο: το περιπολικό είναι ακίνητη πηγή και το αυτοκίνητο πλησιάζει ως κινούμενος παρατηρητής.

$$f' = f_1 \cdot (v + v_A)/v$$

$$v_A = v/10 \Rightarrow f' = f_1 \cdot (v + v/10)/v = 11f_1/10$$

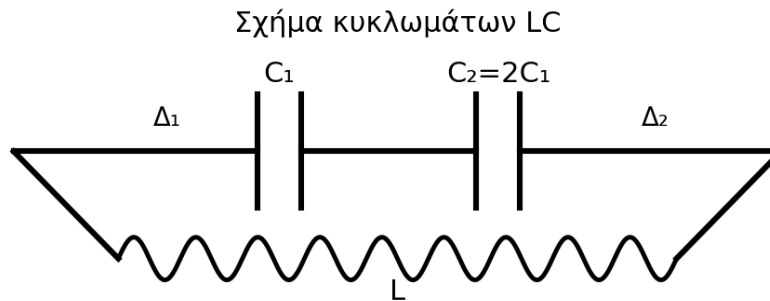
Δεύτερο στάδιο: το ανακλώμενο κύμα εκπέμπεται από το αυτοκίνητο, που τώρα λειτουργεί ως κινούμενη πηγή και πλησιάζει το περιπολικό.

$$f_2 = f' \cdot v/(v - v_A) = (11f_1/10) \cdot v/(v - v/10)$$

$$f_2 = (11f_1/10) \cdot (10/9) = 11f_1/9$$

$$f_1/f_2 = f_1/(11f_1/9) = 9/11$$

B2 - Ηλεκτρική ταλάντωση LC



Μετά τη μεταγωγή μένει κύκλωμα L-C2.

Σωστή απάντηση: γ, δηλαδή $Q_{\max,2} = \sqrt{3} Q$.

Στο κύκλωμα L-C1 αρχικά ο πυκνωτής C1 έχει μέγιστο φορτίο Q και το ρεύμα είναι μηδέν. Άρα:

$$q_1 = Q \cos(\omega_1 t), I = -\omega_1 Q \sin(\omega_1 t), \text{ με } \omega_1 = 1/\sqrt{LC_1}$$

Τη στιγμή $t_1 = 7T_1/4$:

$$\omega_1 t_1 = 2\pi \cdot 7/4 = 7\pi/2$$

$$q_1 = Q \cos(7\pi/2) = 0, |I_1| = \omega_1 Q$$

Ανοίγει ο Δ1 και κλείνει ο Δ2. Ο C2 είχε ήδη φορτίο Q και έχει χωρητικότητα $C_2 = 2C_1$. Η αρχική ενέργεια του νέου κυκλώματος L-C2 είναι:

$$E = Q^2/(2C_2) + (1/2)L I_1^2$$

$$E = Q^2/(4C_1) + (1/2)L(\omega_1 Q)^2$$

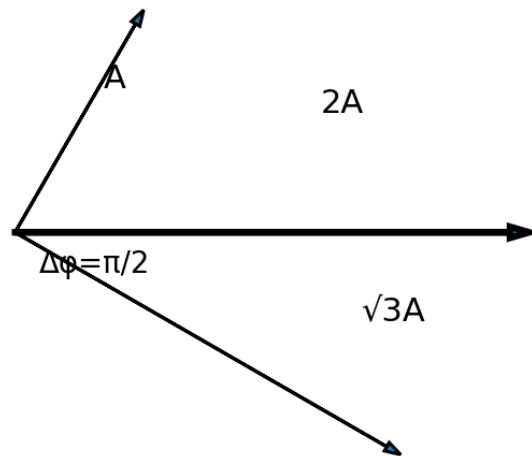
$$E = Q^2/(4C_1) + (1/2)L \cdot Q^2/(LC_1) = Q^2/(4C_1) + Q^2/(2C_1) = 3Q^2/(4C_1)$$

Στη θέση μέγιστου φορτίου του C2 όλη η ενέργεια είναι ηλεκτρική:

$$E = Q_{\max,2}^2/(2C_2) = Q_{\max,2}^2/(4C_1)$$

$$Q_{\max,2}^2/(4C_1) = 3Q^2/(4C_1) \Rightarrow Q_{\max,2} = \sqrt{3} Q$$

B3 - Σύνθεση αρμονικών ταλαντώσεων



Διανυσματική σύνθεση πλάτων.

Σωστή απάντηση: β.

$$y_1 = A\eta\mu(\omega t + \pi/3), \quad y_2 = \sqrt{3}A\eta\mu(\omega t - \pi/6)$$

Η διαφορά φάσης είναι:

$$\Delta\phi = \pi/3 - (-\pi/6) = \pi/2$$

Άρα τα διανύσματα των πλάτων είναι κάθετα. Το πλάτος της συνισταμένης είναι:

$$A_{ολ}^2 = A^2 + (\sqrt{3}A)^2 = A^2 + 3A^2 = 4A^2$$

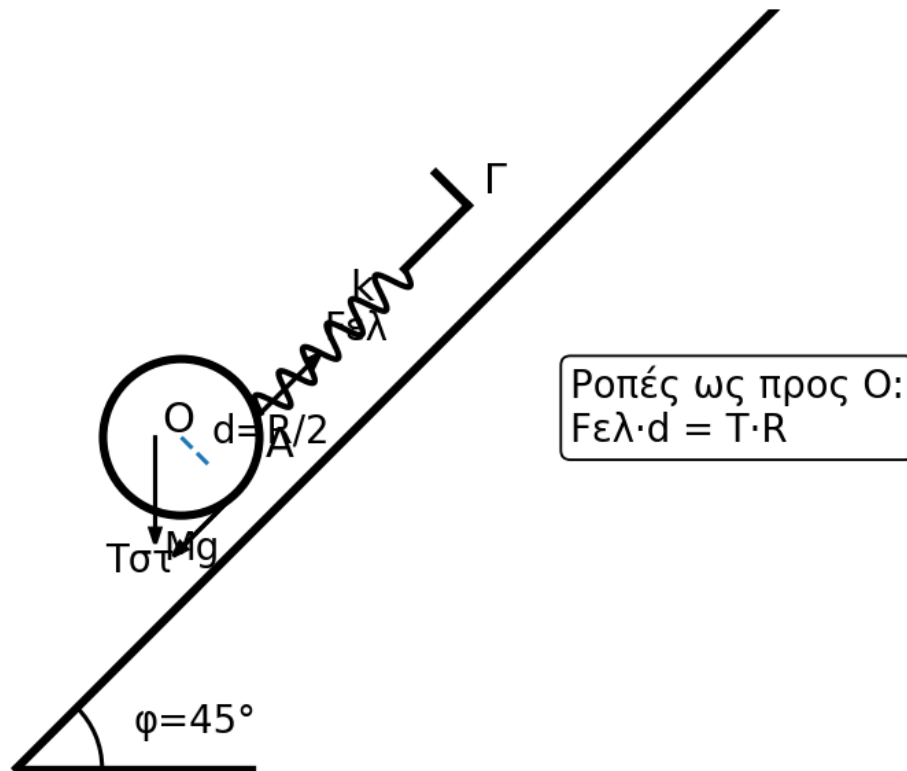
$$A_{ολ} = 2A$$

Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους:

$$E_1 \propto A^2, \quad E_2 \propto (\sqrt{3}A)^2 = 3A^2, \quad E_{ολ} \propto (2A)^2 = 4A^2$$

$$E_{ολ} = E_1 + E_2$$

ΘΕΜΑ Γ



Δίσκος σε κεκλιμένο με ελατήριο και στατική τριβή.

Δεδομένα: $M = 2\sqrt{2} \text{ kg}$, $R = 0,1 \text{ m}$, $k = 100 \text{ N/m}$, $\phi = 45^\circ$, $d = R/2$, $I = (1/2)MR^2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Γ1 - Επιμήκυνση ελατηρίου

Ο δίσκος ισορροπεί. Παίρνουμε θετική φορά προς τα πάνω στο κεκλιμένο. Η δύναμη του ελατηρίου είναι $F_{ελ} = kx$ και η στατική τριβή, όπως θα φανεί από τις ροπές, έχει φορά προς τα κάτω στο κεκλιμένο.

Ισορροπία ροπών ως προς το κέντρο O : το βάρος και η κάθετη αντίδραση δεν δίνουν ροπή ως προς O . Ροπές δίνουν το ελατήριο και η τριβή.

$$F_{ελ} \cdot d = T \cdot R$$

$$d = R/2 \Rightarrow T = F_{ελ}/2$$

Ισορροπία δυνάμεων κατά μήκος του κεκλιμένου:

$$F_{ελ} - T - Mg\eta\mu\phi = 0$$

$$F_{ελ} - F_{ελ}/2 = Mg\eta\mu\phi \Rightarrow F_{ελ}/2 = Mg\eta\mu\phi$$

$$F_{ελ} = 2Mg\eta\mu\phi$$

$$Mg\eta\mu\phi = (2\sqrt{2}) \cdot 10 \cdot (\sqrt{2}/2) = 20 \text{ N}$$

$$F_{ελ} = 40 \text{ N}$$

$$x = F_{ελ}/k = 40/100 = 0,40 \text{ m}$$

Άρα η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $0,40 \text{ m}$.

Γ2 - Στατική τριβή

$$T = F\epsilon\lambda/2 = 40/2 = 20 \text{ N}$$

Η στατική τριβή έχει φορά προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο. Αυτό χρειάζεται ώστε η ροπή της τριβής να αντισταθμίζει τη ροπή της δύναμης του ελατηρίου.

Γ3 - Επιτάχυνση κέντρου μάζας μετά το κόψιμο του ελατηρίου

Μετά το κόψιμο του ελατηρίου ο δίσκος κυλίνεται χωρίς ολίσθηση προς τα κάτω. Για κύλιση συμπαγούς δίσκου σε κεκλιμένο:

$$a = g\eta\mu\phi / (1 + I/(MR^2))$$

$$I/(MR^2) = 1/2$$

$$a = g\eta\mu\phi / (1 + 1/2) = (2/3)g\eta\mu\phi$$

$$a = (2/3) \cdot 10 \cdot (\sqrt{2}/2) = 10\sqrt{2}/3 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση έχει φορά προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου.

Γ4 - Στροφορμή ως προς τον άξονα περιστροφής

Ο δίσκος ξεκινά από ηρεμία και διανύει $s = 0,3\sqrt{2} \text{ m}$ με σταθερή επιτάχυνση $a = 10\sqrt{2}/3 \text{ m/s}^2$.

$$v^2 = 2as$$

$$v^2 = 2 \cdot (10\sqrt{2}/3) \cdot (0,3\sqrt{2}) = 4$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση:

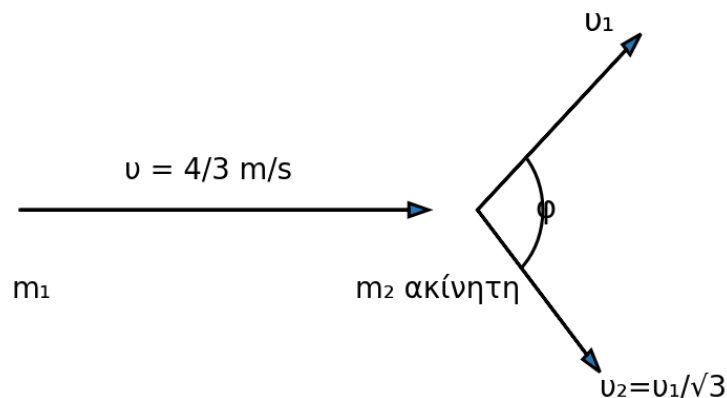
$$\omega = v/R = 2/0,1 = 20 \text{ rad/s}$$

Η στροφορμή ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου είναι:

$$L = I\omega = (1/2)MR^2\omega$$

$$L = (1/2)(2\sqrt{2})(0,1)^2(20) = 0,2\sqrt{2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

ΘΕΜΑ Δ



Μη κεντρική ελαστική κρούση ίσων σφαιρών.

Δ1 - Γωνία μεταξύ των τελικών ταχυτήτων

Οι δύο σφαίρες έχουν ίσες μάζες και η δεύτερη είναι αρχικά ακίνητη. Σε ελαστική μη κεντρική κρούση ίσων μαζών, οι τελικές ταχύτητες είναι κάθετες.

$$\varphi = 90^\circ$$

Απόδειξη χωρίς “το θυμάμαι”:

$$\text{Ορμή: } m\vec{u} = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 \Rightarrow \vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

$$\text{Ενέργεια: } u^2 = u_1^2 + u_2^2$$

Υψώνουμε στο τετράγωνο την εξίσωση της ορμής:

$$u^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2\cos\varphi$$

Σύγκριση με την ενέργεια δίνει:

$$2u_1u_2\cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Δ2 - Μέτρα των u_1 και u_2

Δίνεται $u = 4/3 \text{ m/s}$ και $u_2 = u_1/\sqrt{3}$.

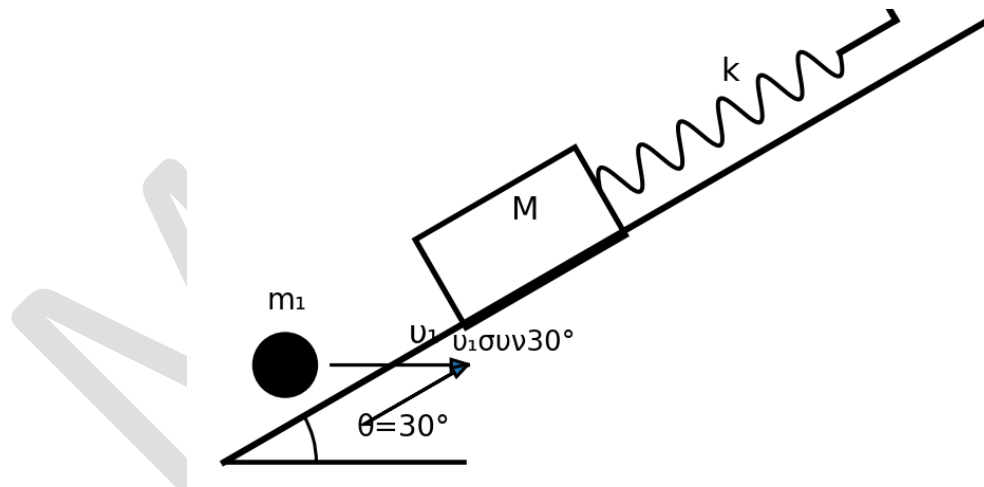
$$u^2 = u_1^2 + u_2^2$$

$$(4/3)^2 = u_1^2 + (u_1/\sqrt{3})^2$$

$$16/9 = u_1^2 + u_1^2/3 = (4/3)u_1^2$$

$$u_1^2 = 4/3 \Rightarrow u_1 = 2\sqrt{3}/3 \text{ m/s}$$

$$u_2 = u_1/\sqrt{3} = 2/3 \text{ m/s}$$



Η σφαίρα σφηνώνεται στο σώμα M. Χρησιμοποιείται η ορμή κατά το κεκλιμένο.

Δ3 - Μεταβολή κινητικής ενέργειας στην πλαστική κρούση

Η σφαίρα m_1 κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 2\sqrt{3}/3 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα $M = 3m$. Κατά τη μικρή διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή μόνο κατά τη διεύθυνση του κεκλιμένου, γιατί κατά την κάθετη διεύθυνση υπάρχει κρουστική αντίδραση από το επίπεδο.

$$mv_1 \sin 30^\circ = (M + m)V$$

$$m \cdot (2\sqrt{3}/3) \cdot (\sqrt{3}/2) = 4mV$$

$$1 = 4V \Rightarrow V = 1/4 \text{ m/s}$$

Κινητική ενέργεια πριν την κρούση του συστήματος (M, m1):

$$K_{\text{πριν}} = (1/2)mv_1^2 = (1/2) \cdot 1 \cdot (4/3) = 2/3 \text{ J}$$

Κινητική ενέργεια αμέσως μετά:

$$K_{\text{μετά}} = (1/2)(4m)V^2 = (1/2) \cdot 4 \cdot (1/4)^2 = 1/8 \text{ J}$$

$$\Delta K = K_{\text{μετά}} - K_{\text{πριν}} = 1/8 - 2/3 = -13/24 \text{ J}$$

Η κινητική ενέργεια μειώνεται κατά 13/24 J. Αυτό είναι αναμενόμενο: η κρούση είναι πλαστική, δεν είναι ώρα για θαύματα.

Δ4 - Πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

Πριν την κρούση ισορροπεί μόνο το σώμα M = 3m. Αν η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου είναι x1:

$$kx_1 = Mg \sin 30^\circ = 3m \cdot g \cdot 1/2$$

$$x_1 = (3 \cdot 10 \cdot 1/2)/100 = 15/100 = 0,15 \text{ m}$$

Μετά την κρούση η μάζα γίνεται M + m = 4m. Η νέα θέση ισορροπίας αντιστοιχεί σε παραμόρφωση x2:

$$kx_2 = 4m \cdot g \cdot \sin 30^\circ$$

$$x_2 = (4 \cdot 10 \cdot 1/2)/100 = 20/100 = 0,20 \text{ m}$$

Άρα αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απομάκρυνση από τη νέα Θ.Ι.:

$$x_0 = x_1 - x_2 = 0,15 - 0,20 = -0,05 \text{ m}$$

Το μέτρο της απομάκρυνσης είναι $|x_0| = 0,05 \text{ m}$. Η ταχύτητα αμέσως μετά είναι $V = 1/4 \text{ m/s}$. Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι:

$$\omega = \sqrt{k/(M+m)} = \sqrt{(100/4)} = 5 \text{ rad/s}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + (V/\omega)^2}$$

$$A = \sqrt{(0,05)^2 + (0,25/5)^2}$$

$$A = \sqrt{(0,05)^2 + (0,05)^2} = 0,05\sqrt{2} \text{ m}$$

$$A = \sqrt{2}/20 \text{ m}$$