

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ 2014

Αναλυτικές λύσεις

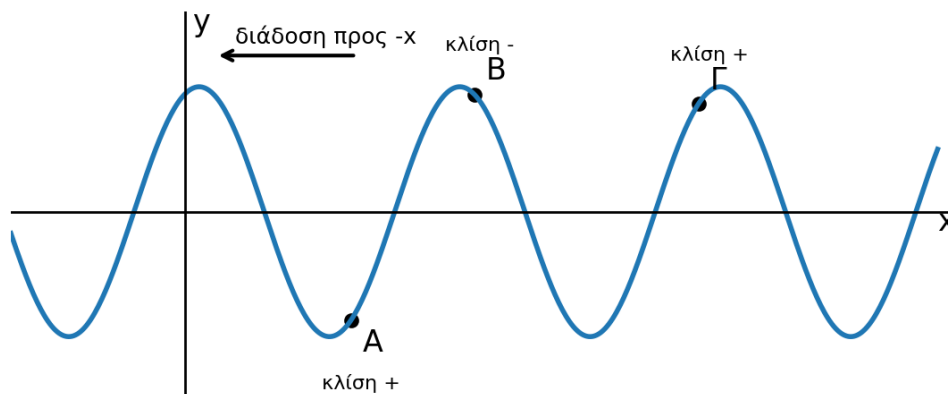
Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

ΘΕΜΑ Α

A1

Το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα x . Για κύμα που κινείται προς τα αριστερά, η ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου έχει το ίδιο πρόσημο με την κλίση του στιγμιότυπου στο σημείο αυτό.

Για διάδοση προς $-x$: $y = f(x + vt) \Rightarrow v_y = \partial y / \partial t = v \cdot \partial y / \partial x$



Σχήμα για τον έλεγχο του προσήμου της ταχύτητας ταλάντωσης.

Στο Α η καμπύλη έχει θετική κλίση, στο Β αρνητική κλίση και στο Γ θετική κλίση. Άρα:

$$v_A > 0, \quad v_B < 0, \quad v_\Gamma > 0$$

Σωστή απάντηση: γ.

A2

Αν η διαθλώμενη δέσμη έχει την ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα, τότε δεν αλλάζει διεύθυνση. Αυτό συμβαίνει στην κάθετη πρόσπτωση.

$$\theta_\pi = 0^\circ \text{ και } \theta_\delta = 0^\circ$$

Η ταχύτητα αλλάζει, επειδή περνά από τον αέρα στο γυαλί. Σωστή απάντηση: γ.

A3

Για μετωπική ελαστική κρούση σώματος m με ακίνητο σώμα $4m$:

$$v'_1 = [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)] v_1 = [(m - 4m)/(m + 4m)] v_1 = -3v_1/5$$

Η σφαίρα Σ1 ανακλάται, δηλαδή δεν μένει ακίνητη και δεν συνεχίζει στην ίδια κατεύθυνση. Επίσης δεν μεταφέρεται όλη η κινητική της ενέργεια στη Σ2. Σε κάθε κρούση, λόγω δράσης-αντίδρασης, οι μεταβολές των ορμών είναι αντίθετες:

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2 \Rightarrow |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Σωστή απάντηση: δ.

A4

Για στερεό που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα:

$$L = I\omega, \quad K = \frac{1}{2} I\omega^2 = L^2/(2I)$$

Ο άξονας δεν αλλάζει, άρα η ροπή αδράνειας I είναι σταθερή. Αν η στροφορμή διπλασιαστεί, η κινητική ενέργεια τετραπλασιάζεται.

Σωστή απάντηση: δ.

A5

Πρόταση	Απάντηση	Αιτιολόγηση
α	Λάθος	Τα ραντάρ χρησιμοποιούν μικροκύματα.
β	Λάθος	Στα εγκάρσια κύματα η ταλάντωση είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης.
γ	Σωστό	Το κύκλωμα επιλογής σταθμών είναι κύκλωμα LC σε εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση.
δ	Σωστό	Η ροπή ζεύγους είναι ανεξάρτητη από το σημείο αναφοράς.
ε	Σωστό	Με σύμπτυξη άκρων μειώνεται η ροπή αδράνειας, άρα αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Β

B1

Για ακίνητη πηγή και δέκτη που κινείται προς την πηγή ισχύει:

$$f' = f_s \cdot (v + v_\delta)/v$$

Για τον δέκτη στον αέρα και τον δέκτη στο νερό:

$$f_1 = f_s(v_\alpha + v_1)/v_\alpha = f_s(1 + v_1/v_\alpha)$$

$$f_2 = f_s(v_\nu + v_2)/v_\nu = f_s(1 + v_2/v_\nu)$$

Δίνεται $f_1 = f_2$. Άρα:

$$1 + v_1/v_\alpha = 1 + v_2/v_\nu \Rightarrow v_1/v_\alpha = v_2/v_\nu$$

$$v_1/v_2 = v_\alpha/v_\nu$$

Επειδή $v_\nu = 4v_\alpha$:

$$v_1/v_2 = v_\alpha/(4v_\alpha) = 1/4$$

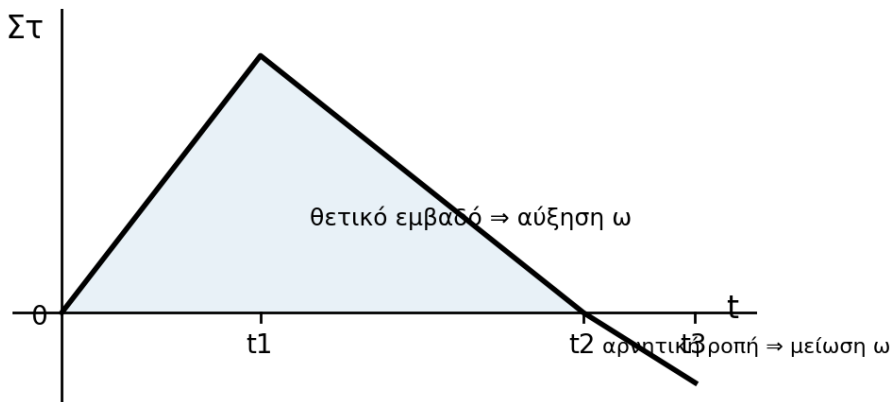
Σωστή απάντηση: ii.

B2

Από τη στροφική δυναμική:

$$\Sigma \tau = I\alpha = I \cdot d\omega/dt$$

Άρα η ροπή καθορίζει αν η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται ή μειώνεται. Όσο $\Sigma\tau > 0$, η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται. Όταν $\Sigma\tau < 0$, η γωνιακή ταχύτητα μειώνεται.



Το πρόσημο της ροπής δείχνει αν η ω αυξάνεται ή μειώνεται.

Στο διάστημα 0 έως t_2 η ροπή είναι θετική, οπότε η ω αυξάνεται. Μετά το t_2 η ροπή γίνεται αρνητική, οπότε η ω αρχίζει να μειώνεται. Επομένως η μέγιστη τιμή της γωνιακής ταχύτητας εμφανίζεται τη στιγμή t_2 .

Σωστή απάντηση: ii.

B3

Οι δύο πηγές είναι σύγχρονες. Η χρονική διαφορά $\Delta t = T/4$ αντιστοιχεί σε διαφορά φάσης:

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot \Delta t / T = 2\pi \cdot (T/4) / T = \pi/2$$

Το πλάτος συμβολής δύο ίσων κυμάτων πλάτους A είναι:

$$A_{\text{συμβ}} = 2A |\cos(\Delta\phi/2)|$$

Στο σημείο Σ:

$$A_{\Sigma} = 2A \cos(\pi/4) = 2A \cdot \sqrt{2}/2 = \sqrt{2} A$$

Στο μέσο Μ των πηγών οι αποστάσεις είναι ίσες, άρα $\Delta\phi = 0$ και:

$$A_M = 2A$$

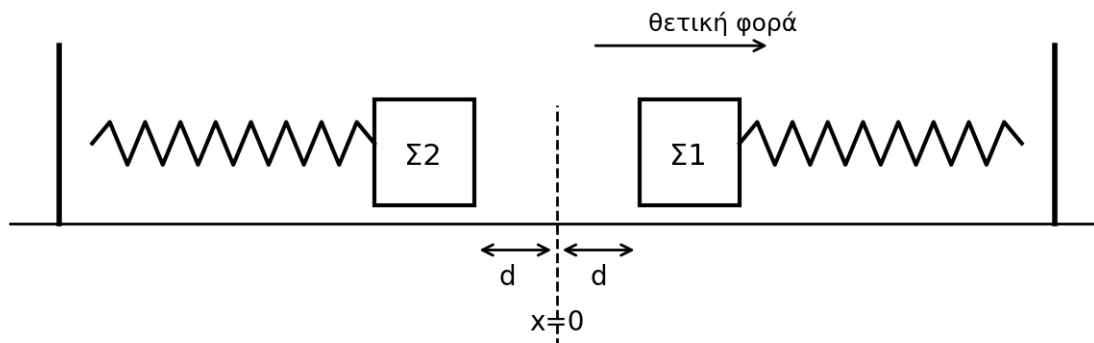
Για ίδια μάζα και ίδια γωνιακή συχνότητα, η ενέργεια ταλάντωσης είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους:

$$E \propto A^2$$

$$E_{\Sigma}/E_M = A_{\Sigma}^2/A_M^2 = (\sqrt{2} A)^2/(2A)^2 = 2A^2/4A^2 = 1/2$$

Σωστή απάντηση: ii.

ΘΕΜΑ Γ



Αρχική απομάκρυνση των σωμάτων από τις θέσεις ισορροπίας τους.

Γ1

Κάθε σώμα εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος $d = 0,2 \text{ m}$. Οι γωνιακές συχνότητες είναι:

$$\omega_1 = \sqrt{k/m_1} = \sqrt{(100/1)} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \sqrt{k/m_2} = \sqrt{(100/4)} = 5 \text{ rad/s}$$

Με θετική φορά προς τα δεξιά, στην αρχή έχουμε $x_1(0)=+d$, $x_2(0)=-d$ και τα σώματα αφήνονται από την ηρεμία. Άρα:

$$x_1(t) = 0,2 \cos(10t) \quad (\text{SI})$$

$$x_2(t) = -0,2 \cos(5t) \quad (\text{SI})$$

Γ2

Η κρούση γίνεται στη θέση $x = -d/2 = -0,1 \text{ m}$.

Για το Σ1:

$$x_1 = 0,2 \cos(10t) = -0,1 \Rightarrow \cos(10t) = -1/2$$

$$v_1 = -A_1 \omega_1 \sin(10t)$$

$$|v_1| = 0,2 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

Για το Σ2:

$$x_2 = -0,2 \cos(5t) = -0,1 \Rightarrow \cos(5t) = 1/2$$

$$v_2 = 0,2 \cdot 5 \cdot \sin(5t)$$

$$|v_2| = 1 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Ελάχιστα πριν από την κρούση τα σώματα κινούνται αντίθετα: το Σ1 προς τα αριστερά και το Σ2 προς τα δεξιά.

$$|v_1| = \sqrt{3} \text{ m/s}, \quad |v_2| = \sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Γ3

Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά. Ελάχιστα πριν από την πλαστική κρούση:

$$v_1 = -\sqrt{3} \text{ m/s}, \quad v_2 = +\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Με διατήρηση ορμής στην πολύ μικρή διάρκεια της κρούσης:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V$$

$$1(-\sqrt{3}) + 4(\sqrt{3}/2) = 5V$$

$$V = \sqrt{3/5} \text{ m/s}$$

Μετά την κρούση τα δύο σώματα είναι ενωμένα και τα δύο ελατήρια ασκούν δυνάμεις επαναφοράς. Αν x είναι η κοινή απομάκρυνση του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας $x = 0$, η συνισταμένη δύναμη είναι:

$$\Sigma F = -kx - kx = -2kx$$

Άρα:

$$(m_1 + m_2)a = -2kx \Rightarrow a = -[2k/(m_1 + m_2)]x$$

Η σχέση έχει τη μορφή $a = -\Omega^2 x$, άρα η κίνηση είναι απλή αρμονική ταλάντωση με:

$$\Omega = \sqrt{[2k/(m_1 + m_2)]} = \sqrt{(200/5)} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ rad/s}$$

Γ4

Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με τη μέγιστη συνισταμένη δύναμη επαναφοράς:

$$|dp/dt|_{\text{max}} = F_{\text{max}} = 2kA$$

Βρίσκουμε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Αμέσως μετά την κρούση:

$$x_0 = -0,1 \text{ m}, \quad V_0 = \sqrt{3/5} \text{ m/s}, \quad \Omega^2 = 40$$

$$A^2 = x_0^2 + V_0^2/\Omega^2$$

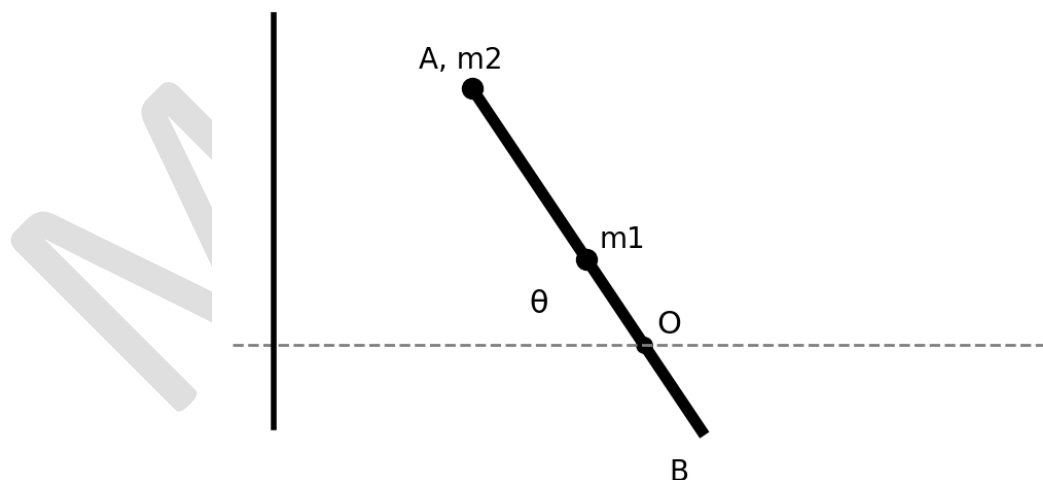
$$A^2 = 0,01 + [(\sqrt{3/5})^2]/40 = 0,01 + (3/25)/40 = 0,01 + 0,003 = 0,013$$

$$A = \sqrt{0,013} \text{ m}$$

$$|dp/dt|_{\text{max}} = 2 \cdot 100 \cdot \sqrt{0,013} = 22,8 \text{ N}$$

Άρα ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι περίπου 22,8 N.

ΘΕΜΑ Δ



Γεωμετρία ράβδου-σφαιριδίων στη θέση κρούσης.

Δ1

Δίνεται $\ell = 1 \text{ m}$, $M = 3 \text{ kg}$, $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$ και $OB = \ell/4 = 0,25 \text{ m}$. Το κέντρο μάζας της ράβδου είναι στο μέσο K , άρα:

$$OK = 0,25 \text{ m}, \quad OA = 0,75 \text{ m}$$

Για τη ράβδο, με θεώρημα Steiner:

$$I_{\rho} = I_{cm} + M(OK)^2 = (1/12)M\ell^2 + M(0,25)^2$$

$$I_{\rho} = (1/12) \cdot 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot (0,25)^2 = 1/4 + 3/16 = 7/16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Για τα σφαιρίδια:

$$I_1 = m_1(OK)^2 = 1 \cdot (1/4)^2 = 1/16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_2 = m_2(OA)^2 = 1 \cdot (3/4)^2 = 9/16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Άρα:

$$I_{ολ} = 7/16 + 1/16 + 9/16 = 17/16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ2

Για οριακή ανακύκλωση, το σύστημα πρέπει να φτάσει στη θέση μέγιστης δυναμικής ενέργειας με μηδενική γωνιακή ταχύτητα. Το κέντρο μάζας του συστήματος βρίσκεται πάνω στη ράβδο, σε απόσταση r από το O :

$$r_{CM} = [M \cdot OK + m_1 \cdot OK + m_2 \cdot OA] / (M + m_1 + m_2)$$

$$r_{CM} = [3 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,75] / 5 = 1,75 / 5 = 0,35 \text{ m}$$

Στη θέση αμέσως μετά την κρούση το ύψος του CM είναι $r_{CM} \cdot \eta \mu \theta$. Στην ανώτερη θέση είναι r_{CM} . Άρα η απαιτούμενη αύξηση δυναμικής ενέργειας είναι:

$$\Delta U = (M + m_1 + m_2) g r_{CM} (1 - \eta \mu \theta)$$

$$\Delta U = 5 \cdot 10 \cdot 0,35 \cdot (1 - 0,83) = 2,975 \text{ J}$$

Για την οριακή ανακύκλωση:

$$1/2 I_{ολ} \omega_2^2 = \Delta U$$

$$1/2 \cdot (17/16) \cdot \omega_2^2 = 2,975$$

$$\omega_2^2 = 5,6 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{5,6} = 2,37 \text{ rad/s}$$

Δ3

Οι απώλειες κινητικής ενέργειας είναι 75% της κινητικής ενέργειας πριν την κρούση. Άρα μετά την κρούση απομένει το 25%:

$$K_{\text{μετά}} = 0,25 K_{\text{πριν}}$$

$$1/2 I \omega_2^2 = 0,25 \cdot 1/2 I \omega_1^2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 / 2$$

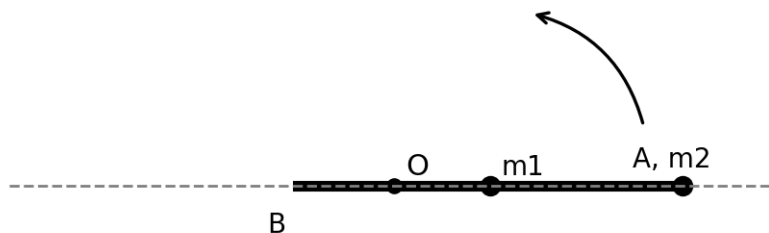
$$\omega_1 = 2\omega_2$$

Στην κρούση με τον τοίχο η φορά περιστροφής αντιστρέφεται. Επομένως το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής είναι:

$$|\Delta L| = |L_{\text{μετά}} - L_{\text{πριν}}| = I(\omega_2 + \omega_1) = 3I\omega_2$$

$$|\Delta L| = 3 \cdot (17/16) \cdot 2,37 = 7,54 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Άρα η μεταβολή της στροφορμής έχει μέτρο $7,54 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.



Πρώτη διέλευση από την οριζόντια θέση μετά την κρούση.

Στην οριζόντια θέση η συνισταμένη ροπή των βαρών ως προς O είναι μέγιστη. Τα βάρη της ράβδου και του m_1 ασκούνται σε απόσταση 0,25 m από το O, ενώ το βάρος του m_2 σε απόσταση 0,75 m.

$$\Sigma \tau = Mg \cdot 0,25 + m_1 g \cdot 0,25 + m_2 g \cdot 0,75$$

$$\Sigma \tau = 3 \cdot 10 \cdot 0,25 + 1 \cdot 10 \cdot 0,25 + 1 \cdot 10 \cdot 0,75 = 17,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Sigma \tau = I_{\text{ολ}} \alpha \Rightarrow \alpha = 17,5 / (17/16) = 280/17 \text{ rad/s}^2$$

Η στροφορμή του m_2 ως προς O είναι:

$$L_2 = m_2(OA)^2 \omega$$

Επειδή η απόσταση OA είναι σταθερή:

$$|dL_2/dt| = m_2(OA)^2 |\alpha|$$

$$|dL_2/dt| = 1 \cdot (3/4)^2 \cdot 280/17 = (9/16)(280/17) = 157,5/17$$

$$|dL_2/dt| = 9,26 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Άρα ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής έχει μέτρο 9,26 N·m.