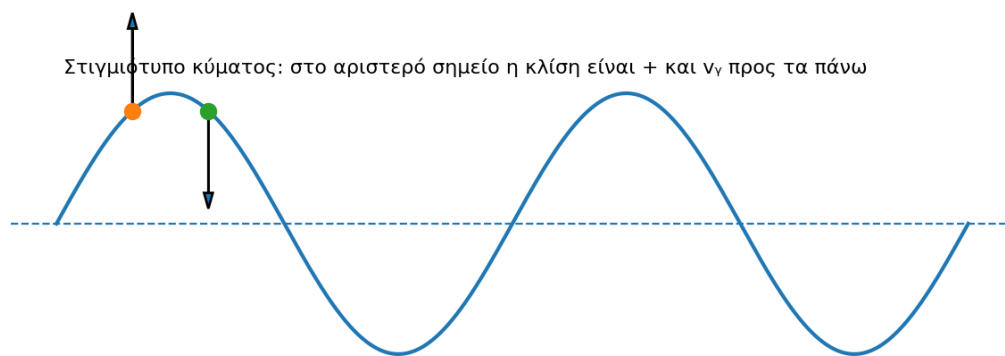


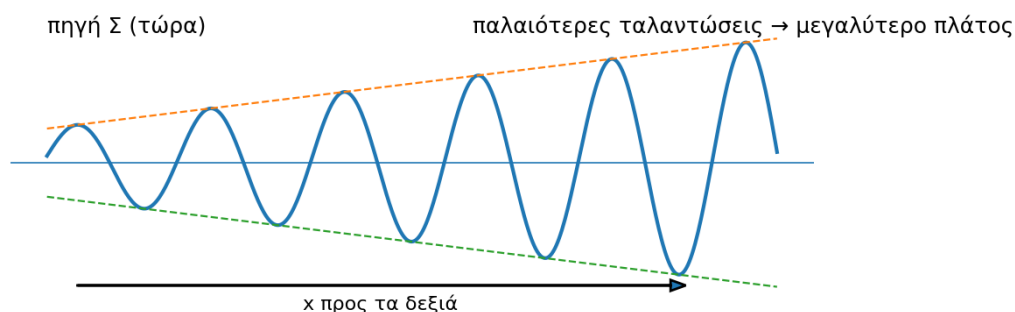
Αναλυτικές λύσεις - Φυσική Επαναληπτικές Πανελλήνιες 2015

ΘΕΜΑ Α

Ερώτηση	Απάντηση	Σύντομη αιτιολόγηση
A1	α	Σύνθεση δύο Α.Α.Τ. ίδιας συχνότητας και ίδιας διεύθυνσης δίνει νέα Α.Α.Τ. με σταθερό πλάτος, που εξαρτάται από τα πλάτη και τη διαφορά φάσης.
A2	α	Στο κύκλωμα LC ισχύει $ di/dt = q /LC$. Άρα ο ρυθμός μεταβολής είναι μέγιστος όταν το φορτίο είναι μέγιστο, οπότε $i=0$ και η μαγνητική ενέργεια είναι μηδέν.
A3	α	Για κύμα προς τα αριστερά ισχύει $v_y = -v \cdot dy/dx$. Στο αριστερό σημείο η κλίση είναι θετική και η ταχύτητα προς τα πάνω, ενώ στο δεξιό η κλίση είναι αρνητική και η ταχύτητα προς τα κάτω.
A4	β	Η πηγή εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Τα πιο απομακρυσμένα σημεία της χορδής έχουν διεγερθεί παλαιότερα, άρα έχουν μεγαλύτερο πλάτος από τα κοντινά στην πηγή.



Βοηθητικό σχήμα για την Α3.



Βοηθητικό σχήμα για την Α4: το πλάτος αυξάνεται όσο απομακρυνόμαστε από τη φθίνουσα πηγή.

A5

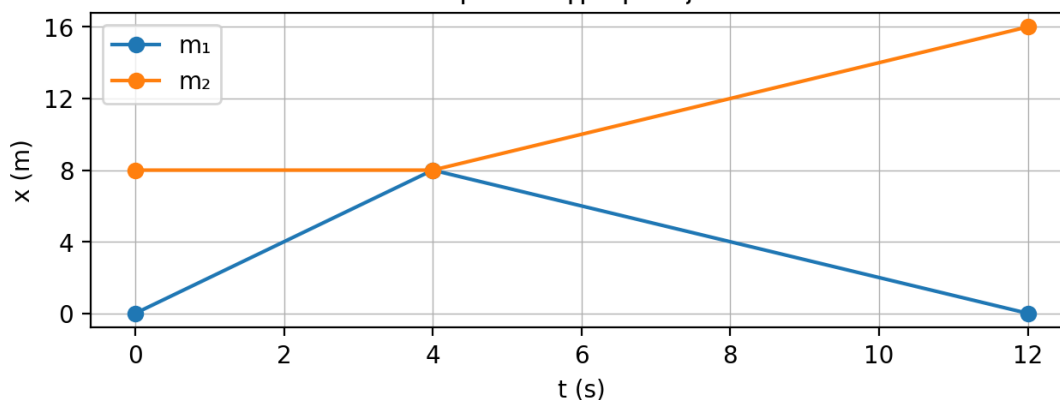
Πρόταση	Χαρακτηρισμός	Αιτιολόγηση
α	Λάθος	Στον συντονισμό το πλάτος είναι μέγιστο. Αν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη, το σύστημα απομακρύνεται από τον συντονισμό.
β	Σωστό	Για κύμα που διαδίδεται από την πηγή, η φάση των σημείων που έχουν ήδη αρχίσει να ταλαντώνονται υστερεί της φάσης της πηγής.
γ	Λάθος	Στη μεσοκάθετο ισχύει $r_1 = r_2$, άρα η διαφορά δρόμου είναι μηδέν. Για σύμφωνες πηγές προκύπτει ενίσχυση, όχι δεσμός.
δ	Λάθος	Σε ηλεκτρομαγνητικό κύμα τα διανύσματα E και B είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.
ε	Σωστό	Για το φως η σχέση Doppler είναι σχετικιστική και διαφέρει από την αντίστοιχη σχέση για τον ήχο.

ΘΕΜΑ Β

B1

Από τις γραφικές παραστάσεις $x-t$ οι ταχύτητες είναι οι κλίσεις των ευθύγραμμων τμημάτων.

Θέμα Β1: γραφικές $x-t$



Γραφικές παραστάσεις θέσης - χρόνου για τα δύο σώματα.

Για το σώμα m_1 :

- Πριν την κρούση: $u_1 = \Delta x / \Delta t = (8-0)/(4-0) = 2 \text{ m/s}$.
- Μετά την κρούση: $u_1' = (0-8)/(12-4) = -1 \text{ m/s}$.

Για το σώμα m_2 :

- Πριν την κρούση: $u_2 = 0$, επειδή η θέση του παραμένει $x=8$ m μέχρι $t=4$ s.
- Μετά την κρούση: $u_2' = (16-8)/(12-4) = 1$ m/s.

Η κρούση γίνεται τη στιγμή $t=4$ s, όταν και τα δύο σώματα βρίσκονται στη θέση $x=8$ m.

Από διατήρηση ορμής:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2'$$

$$1 \cdot 2 + m_2 \cdot 0 = 1 \cdot (-1) + m_2 \cdot 1 \Rightarrow 2 = -1 + m_2 \Rightarrow m_2 = 3 \text{ kg.}$$

Έλεγχος κινητικής ενέργειας:

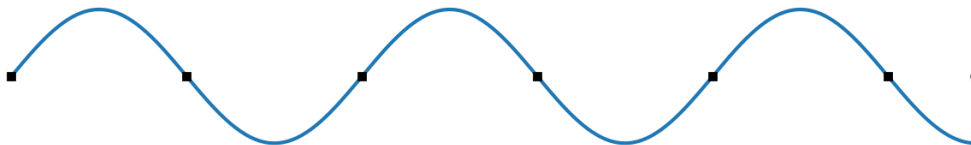
$$K_{\text{πριν}} = 1/2 \cdot 1 \cdot 2^2 = 2 \text{ J.}$$

$$K_{\text{μετά}} = 1/2 \cdot 1 \cdot (-1)^2 + 1/2 \cdot 3 \cdot 1^2 = 0,5 + 1,5 = 2 \text{ J.}$$

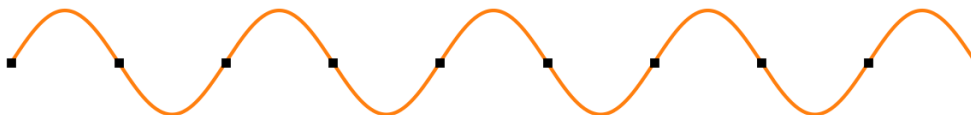
Η κινητική ενέργεια διατηρείται, άρα η κρούση είναι ελαστική. Σωστή επιλογή: i.

B2

Μέσο (1): δεσμός - κοιλία, $L_1 = 11\lambda_1/4$



Μέσο (2): δεσμός - δεσμός, $L_2 = 9\lambda_2/2$



Στάσιμα κύματα στα δύο μέσα.

Στο μέσο (1) το ένα άκρο είναι δεσμός και το άλλο κοιλία. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Άρα από τον ακραίο δεσμό μέχρι την ακραία κοιλία έχουμε 5 ημιμήκη κύματος και ένα επιπλέον $\lambda_1/4$:

$$L_1 = 5 \cdot (\lambda_1/2) + \lambda_1/4 = 11\lambda_1/4.$$

Στο μέσο (2) και τα δύο άκρα είναι δεσμοί και μεταξύ τους υπάρχουν 8 ακόμη δεσμοί. Άρα συνολικά δημιουργούνται 9 τμήματα μήκους $\lambda_2/2$:

$$L_2 = 9\lambda_2/2.$$

Δίνεται ότι το δεύτερο μέσο έχει διπλάσιο μήκος:

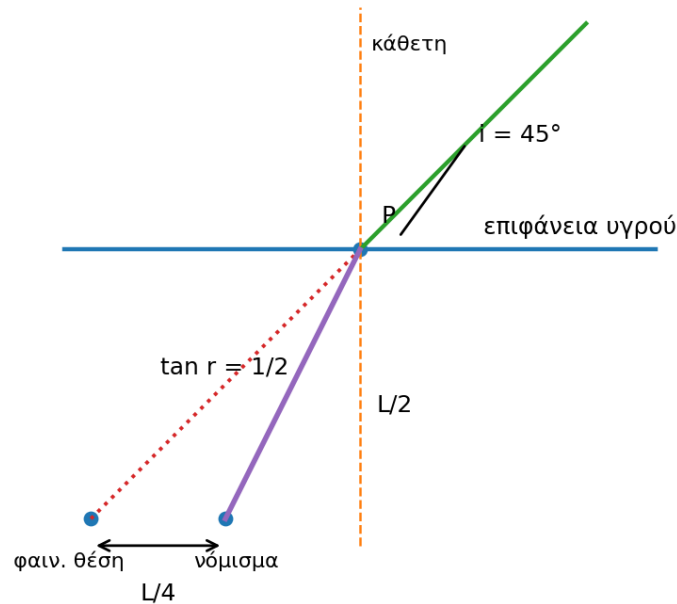
$$L_2 = 2L_1 \Rightarrow 9\lambda_2/2 = 2 \cdot (11\lambda_1/4) = 11\lambda_1/2.$$

$$\text{Άρα } 9\lambda_2 = 11\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2/\lambda_1 = 11/9.$$

Το υλικό είναι το ίδιο, άρα η ταχύτητα διάδοσης είναι ίδια. Επειδή $f = v/\lambda$:

$f_1/f_2 = \lambda_2/\lambda_1 = 11/9$. Σωστή επιλογή: i.

B3



Γεωμετρία διάθλασης και φαινόμενη μετατόπιση.

Όταν το δοχείο είναι άδειο, η οριακή ευθεία όρασης περνά από τη διαγώνιο του τετραγώνου. Άρα η γωνία που σχηματίζει η ακτίνα στον αέρα με την κατακόρυφη είναι $i = 45^\circ$, οπότε $\tan i = 1$ και $\sin^2 i = 1/2$.

Με υγρό μέχρι το μέσο, το βάθος της επιφάνειας από τον πυθμένα είναι $L/2$. Η φαινόμενη μετατόπιση του νομίσματος είναι $L/4$.

Για το κάτω μισό του δοχείου:

$$L/4 = (L/2)(\tan i - \tan r).$$

Άρα:

$$1/4 = (1/2)(1 - \tan r) \Rightarrow 1/2 = 1 - \tan r \Rightarrow \tan r = 1/2.$$

Επομένως:

$$\sin^2 r = \tan^2 r / (1 + \tan^2 r) = (1/4) / (1 + 1/4) = 1/5.$$

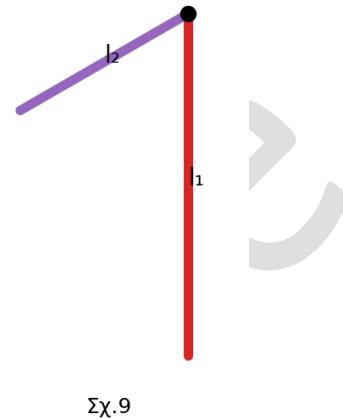
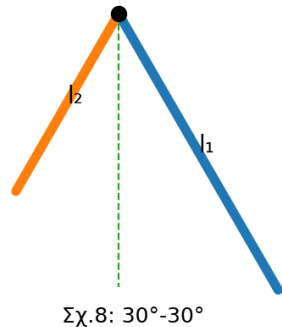
Από τον νόμο του Snell για μετάβαση από υγρό σε αέρα:

$$n \cdot \sin r = \sin i \Rightarrow n^2 = \sin^2 i / \sin^2 r = (1/2) / (1/5) = 5/2.$$

Σωστή επιλογή: ii.

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: $l_1 = 4 \text{ m}$, $l_2 = 2 \text{ m}$, $m_2 = 10 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $I_A = (1/3)ml^2$, $v_3 = 1,7$.



Θέσεις των δύο ράβδων στα ερωτήματα Γ1 και Γ2-Γ4.

Γ1

Η γωνιακή ταχύτητα γίνεται μέγιστη όταν η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ελάχιστη. Εκείνη τη στιγμή η συνισταμένη ροπή των βαρών ως προς την άρθρωση Α μηδενίζεται.

Στη θέση του Σχήματος 8 οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες 30° με την κατακόρυφο. Οι ροπές των βαρών έχουν αντίθετες φορές.

Ισορροπία ροπών ως προς Α:

$$m_1 g (l_1/2) \sin 30^\circ = m_2 g (l_2/2) \sin 30^\circ$$

$$m_1 l_1 = m_2 l_2 \Rightarrow m_1 = m_2 l_2 / l_1 = 10 \cdot 2 / 4 = 5 \text{ kg.}$$

Άρα: $m_1 = 5 \text{ kg}$.

Γ2

Το σύστημα ξεκινά από ηρεμία και σταματά στιγμιαία στη θέση του Σχήματος 9. Άρα στις δύο θέσεις η κινητική ενέργεια είναι μηδέν και ισχύει διατήρηση μηχανικής ενέργειας μόνο με βαρυτικές δυναμικές ενέργειες.

Μετράμε τις κατακόρυφες μετατοπίσεις των κέντρων μάζας προς τα κάτω από το Α.

- Αρχικά: το Κ.Μ. της l_1 είναι στο ίδιο ύψος με το Α, άρα $y_{\text{αρχ}} = 0$. Το Κ.Μ. της l_2 έχει κατέβει κατά $(l_2/2) \sin 60^\circ = 1 \cdot \sqrt{3}/2 = 0,85 \text{ m}$.
- Τελικά: το Κ.Μ. της l_1 έχει κατέβει κατά $l_1/2 = 2 \text{ m}$. Το Κ.Μ. της l_2 έχει κατέβει κατά $(l_2/2) \sin 30^\circ = 1 \cdot 1/2 = 0,5 \text{ m}$.

Επειδή αρχική και τελική κινητική ενέργεια είναι μηδέν, η συνολική βαρυτική δυναμική ενέργεια μένει ίδια. Ισοδύναμα, το άθροισμα mgy_{down} μένει ίδιο:

$$m_1 \cdot 0 + 10 \cdot 0,85 = m_1 \cdot 2 + 10 \cdot 0,5$$

$$8,5 = 2m_1 + 5 \Rightarrow 2m_1 = 3,5 \Rightarrow m_1 = 1,75 \text{ kg.}$$

Άρα: $m_1 = 1,75 \text{ kg.}$

Γ3

Στη θέση του σχήματος 9 η ράβδος l_1 είναι κατακόρυφη, άρα το βάρος της δεν δημιουργεί ροπή ως προς Α. Ροπή δημιουργεί μόνο το βάρος της ράβδου l_2 .

Μοχλοβραχίονας του βάρους της l_2 :

$$d = (l_2/2)\sin 60^\circ = 1 \cdot \sqrt{3}/2 = 0,85 \text{ m.}$$

Άρα η ροπή είναι:

$$\tau = m_2 g d = 10 \cdot 10 \cdot 0,85 = 85 \text{ N}\cdot\text{m.}$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος:

$$I_{\text{ολ}} = (1/3)m_1 l_1^2 + (1/3)m_2 l_2^2$$

$$I_{\text{ολ}} = (1/3) \cdot 1,75 \cdot 4^2 + (1/3) \cdot 10 \cdot 2^2 = 28/3 + 40/3 = 68/3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

Από $\tau = I_{\text{ολ}} \cdot \alpha_{\text{γων}}$:

$$\alpha_{\text{γων}} = \tau / I_{\text{ολ}} = 85 / (68/3) = 255/68 = 3,75 \text{ rad/s}^2.$$

Η φορά είναι αντιωρολογιακή, επειδή το βάρος της l_2 τείνει να στρέψει το σύστημα αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.

Γ4

Η ράβδος l_2 είναι δεμένη άκαμπτα με τη ράβδο l_1 , άρα έχει την ίδια γωνιακή επιτάχυνση με το σύστημα: $\alpha_{\text{γων}} = 3,75 \text{ rad/s}^2$.

Η στροφορμή της ράβδου l_2 ως προς Α είναι $L_2 = I_2 \omega$, οπότε ο ρυθμός μεταβολής της είναι:

$$dL_2/dt = I_2 \cdot \alpha_{\text{γων}}.$$

$$I_2 = (1/3)m_2 l_2^2 = (1/3) \cdot 10 \cdot 2^2 = 40/3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$$

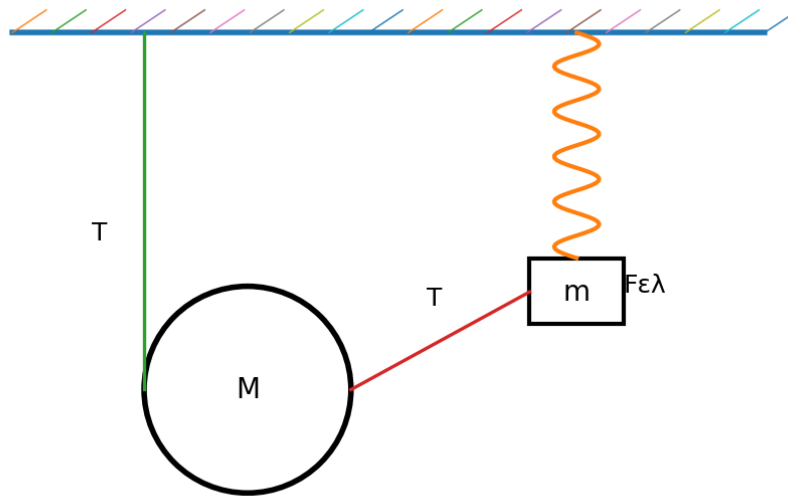
Άρα:

$$dL_2/dt = (40/3) \cdot 3,75 = 50 \text{ N}\cdot\text{m.}$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της l_2 είναι $50 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 = 50 \text{ N}\cdot\text{m.}$

ΘΕΜΑ Δ

Δεδομένα: $M = 1,6 \text{ kg}$, $R = 0,2 \text{ m}$, $I = (1/2)MR^2$, $m = 1,44 \text{ kg}$, $K = 40 \text{ N/m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = \sqrt{10}$.



Αρχική διάταξη και δυνάμεις.

Δ1

Η τροχαλία ισορροπεί. Το νήμα ασκεί δύο ίσες τάσεις T προς τα πάνω στην τροχαλία, ενώ το βάρος της είναι Mg προς τα κάτω.

$$2T = Mg \Rightarrow T = Mg/2 = 1,6 \cdot 10/2 = 8 \text{ N.}$$

Στο σώμα Σ , προς τα πάνω δρα η δύναμη του ελατηρίου $F_{ελ}$. Προς τα κάτω δρουν το βάρος mg και η τάση T του νήματος.

Ισορροπία σώματος:

$$F_{ελ} = mg + T = 1,44 \cdot 10 + 8 = 14,4 + 8 = 22,4 \text{ N.}$$

Άρα η δύναμη του ελατηρίου στο σώμα είναι $F_{ελ} = 22,4 \text{ N}$.

Δ2

Μετά την κοπή του νήματος που συνδέει την τροχαλία με το σώμα, το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. στο ελατήριο. Η παλιά επιμήκυνση του ελατηρίου είναι:

$$x_0 = F_{ελ}/K = 22,4/40 = 0,56 \text{ m.}$$

Η νέα θέση ισορροπίας του σώματος, όταν δρα μόνο το βάρος του, έχει επιμήκυνση:

$$x_{ισ} = mg/K = 14,4/40 = 0,36 \text{ m.}$$

Άρα η αρχική απομάκρυνση από τη νέα θέση ισορροπίας είναι:

$$A = x_0 - x_{ισ} = 0,56 - 0,36 = 0,20 \text{ m.}$$

Το σώμα ξεκινά από ακραία θέση, άρα μηδενίζει ξανά την ταχύτητά του για πρώτη φορά μετά από μισή περίοδο.

$$\omega = \sqrt{K/m} = \sqrt{40/1,44} = \sqrt{250/9} = 5\sqrt{10}/3 = 5\pi/3 \text{ rad/s.}$$

$$T/2 = \pi/\omega = \pi/(5\pi/3) = 3/5 = 0,6 \text{ s.}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα η τροχαλία κατέρχεται, ξετυλίγοντας το νήμα χωρίς ολίσθηση. Για την τροχαλία:

$$Mg - T = Ma, \quad TR = I\alpha, \quad a = \alpha R.$$

$$\text{Άρα } T = I\alpha/R = I(a/R)/R = Ia/R^2 = (1/2 MR^2)a/R^2 = (1/2)Ma.$$

$$Mg - (1/2)Ma = Ma \Rightarrow Mg = (3/2)Ma \Rightarrow a = 2g/3 = 20/3 \text{ m/s}^2.$$

Η τροχαλία ξεκινά από ηρεμία, οπότε:

$$h = 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 1/2 \cdot (20/3) \cdot (0,6)^2 = (10/3) \cdot 0,36 = 1,2 \text{ m.}$$

$$\text{Άρα } h = 1,2 \text{ m.}$$

Δ3

Θεωρούμε θετική τη φορά προς τα πάνω και ως $x=0$ τη νέα θέση ισορροπίας του σώματος.

Τη στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται κάτω από τη νέα θέση ισορροπίας κατά $0,20 \text{ m}$ και έχει ταχύτητα μηδέν. Άρα:

$$x(0) = -0,20 \text{ m}, \quad v(0)=0.$$

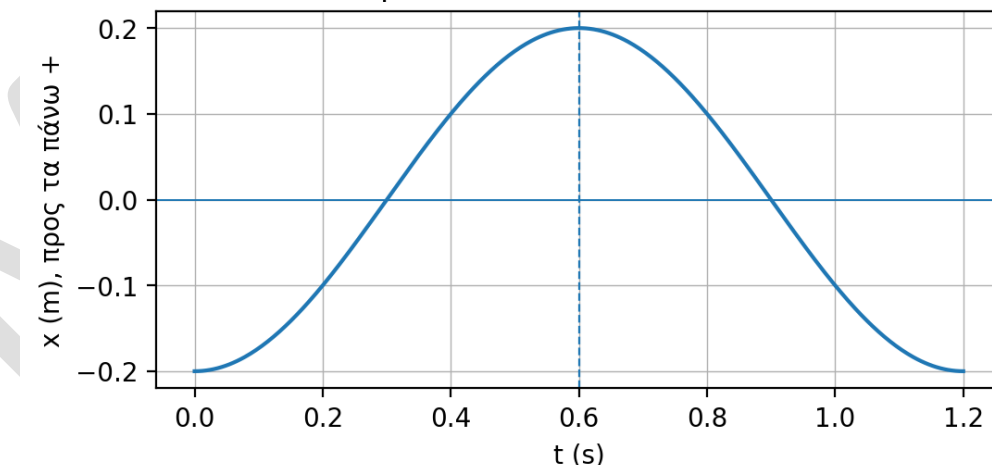
Η εξίσωση μπορεί να γραφεί:

$$x(t) = -A \cos(\omega t).$$

$$\text{Με } A = 0,20 \text{ m και } \omega = 5\pi/3 \text{ rad/s:}$$

$$x(t) = -0,20 \cos(5\pi t/3) \text{ (SI).}$$

Θέμα Δ: $x(t) = -0,20 \cos(5\pi t/3)$



Γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος Σ.

Δ4

Όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατά h , έχει περάσει χρόνος $t = 0,6 \text{ s}$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

$$u_{CM} = a t = (20/3) \cdot 0,6 = 4 \text{ m/s}.$$

Χωρίς ολίσθηση στο νήμα:

$$u_{CM} = \omega R \Rightarrow \omega R = 4 \text{ m/s}.$$

Το κάτω άκρο Γ έχει δύο κάθετες συνιστώσες ταχύτητας:

- μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας: 4 m/s προς τα κάτω,
- γραμμική ταχύτητα λόγω περιστροφής: $\omega R = 4 \text{ m/s}$ οριζόντια.

Άρα το μέτρο της ταχύτητας του Γ είναι:

$$u_G = \sqrt{(u_{CM})^2 + (\omega R)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ m/s} \approx 5,66 \text{ m/s}.$$