

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Επαναληπτικές Πανελλαδικές 2019

Αναλυτικές λύσεις

ΘΕΜΑ Α

Συνοπτικές απαντήσεις: A1 β, A2 β, A3 δ, A4 α, A5: α Σ, β Λ, γ Λ, δ Σ, ε Λ

A1

Η στροφορμή έχει μονάδες $L = I\omega$. Επειδή $[I] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$ και $[\omega] = \text{s}^{-1}$, προκύπτει $[L] = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Επίσης $1 \text{ J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$, άρα $\text{J} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

Σωστή επιλογή: β) J·s.

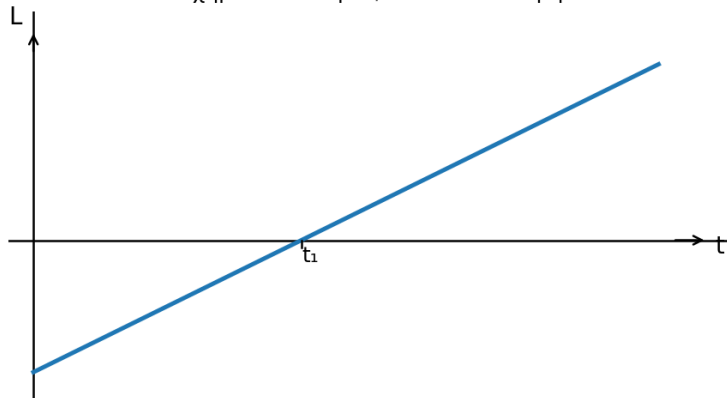
A2

Σε ανοιχτό δοχείο η πίεση σε βάθος h είναι $p = p_{\text{atm}} + \rho gh$. Άρα η πίεση στον πυθμένα περιλαμβάνει την ατμοσφαιρική πίεση και την πίεση λόγω του υγρού.

Σωστή επιλογή: β.

A3

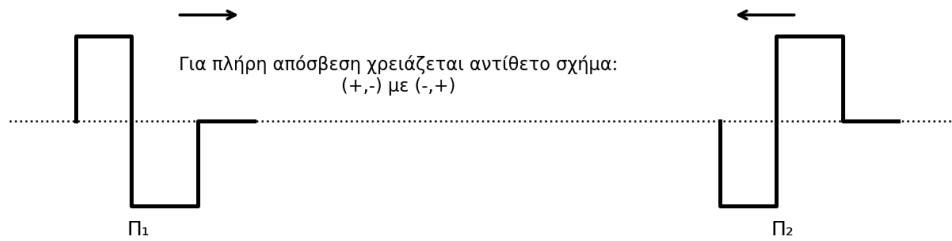
Σχήμα: Η κλίση dL/dt είναι σταθερή



Ισχύει $\Sigma \tau = dL/dt$. Από το διάγραμμα $L-t$ η L μεταβάλλεται γραμμικά με σταθερή κλίση. Άρα dL/dt είναι σταθερό και μη μηδενικό.

Σωστή επιλογή: δ.

A4



Για πλήρη απόσβεση, όταν δύο παλμοί συναντηθούν, πρέπει σε κάθε σημείο οι απομακρύνσεις τους να είναι αντίθετες. Ο Π_1 έχει μορφή «θετικό τμήμα - αρνητικό τμήμα». Ο αντίθετος παλμός πρέπει να έχει μορφή «αρνητικό τμήμα - θετικό τμήμα», δηλαδή ο Π_2 .

Σωστή επιλογή: α) Π_2 .

A5

α) Σωστό. Στον συντονισμό το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης. Μεγαλύτερη απόσβεση δίνει μικρότερο μέγιστο πλάτος.

β) Λάθος. Για κίνηση ποδηλάτου προς νότο, με τον κανόνα του δεξιού χεριού η στροφορμή των τροχών είναι προς ανατολή, όχι προς δύση.

γ) Λάθος. Ιδανικό ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και χωρίς εσωτερικές τριβές/ιξώδες.

δ) Σωστό. Στην κρούση οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης είναι αντίθετες και ίσες, άρα οι μεταβολές ορμής είναι αντίθετες.

ε) Λάθος. Τα αμορτισέρ αυξάνουν την απόσβεση, ώστε να σβήνουν γρήγορα οι ταλαντώσεις.

ΘΕΜΑ Β

B1 - Διακροτήματα

Δίνονται: $x_1 = A\eta\mu(399\pi t)$, $x_2 = A\eta\mu(401\pi t)$.

Οι γωνιακές συχνότητες είναι $\omega_1 = 399\pi \text{ rad/s}$ και $\omega_2 = 401\pi \text{ rad/s}$, άρα οι συχνότητες είναι $f_1 = 199,5 \text{ Hz}$ και $f_2 = 200,5 \text{ Hz}$.

Η συχνότητα διακροτήματος είναι $f_\delta = |f_2 - f_1| = 1 \text{ Hz}$ και η περίοδος διακροτήματος $T_\delta = 1 \text{ s}$.

Με χρήση της ταυτότητας $\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\eta\mu[(\alpha + \beta)/2]\sin[(\alpha - \beta)/2]$:

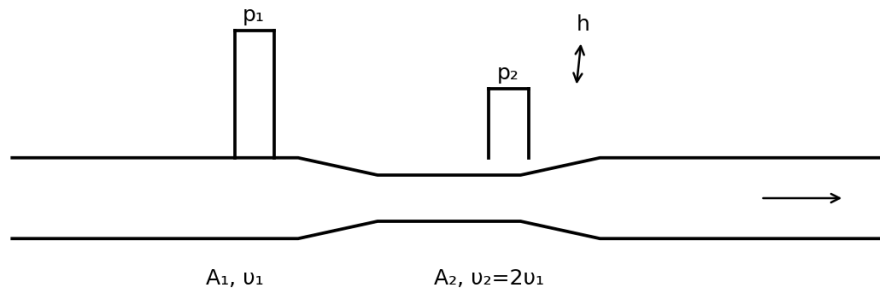
$$x = 2A \sin(\pi t) \cdot \eta\mu(400\pi t).$$

Το πλάτος μηδενίζεται όταν $\sin(\pi t) = 0$, δηλαδή για $t = 0,5 \text{ s}, 1,5 \text{ s}, 2,5 \text{ s}, \dots$ Άρα δύο διαδοχικοί μηδενισμοί απέχουν 1 s . Το χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών, δηλαδή από τον 1o μέχρι τον 3o , είναι $\Delta t = 2 \text{ s}$.

Η συχνότητα της γρήγορης ταλάντωσης είναι $f=(f_1+f_2)/2=200$ Hz. Άρα στο διάστημα $\Delta t=2$ s γίνονται $N=f\cdot\Delta t=200\cdot 2=400$ ταλαντώσεις.

Σωστή επιλογή: i) 400.

B2 - Ροόμετρο Venturi



Από την εξίσωση συνέχειας: $A_1u_1 = A_2u_2$. Επειδή $A_1/A_2=2$, παίρνουμε $u_2=2u_1$.

Για οριζόντιο σωλήνα εφαρμόζουμε Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (u_2^2 - u_1^2) = \frac{1}{2} \rho (4u_1^2 - u_1^2) = \frac{3}{2} \rho u_1^2.$$

Η υψομετρική διαφορά h δίνει $p_1 - p_2 = \rho g h$. Άρα $h \propto u_1^2$.

Αν διπλασιαστεί η ταχύτητα u_1 , τότε η διαφορά πιέσεων τετραπλασιάζεται και επομένως η νέα υψομετρική διαφορά γίνεται $h'=4h$.

Σωστή επιλογή: iii) 4h.

B3 - Πλάγια ελαστική κρούση ίσων μαζών

Έστω ότι πριν από την κρούση η Σ_1 έχει ταχύτητα u_0 και η Σ_2 είναι ακίνητη. Μετά την ελαστική κρούση οι ταχύτητες είναι u_1 και u_2 .

Από διατήρηση ορμής: $m\vec{u}_0 = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 \Rightarrow \vec{u}_0 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2.$

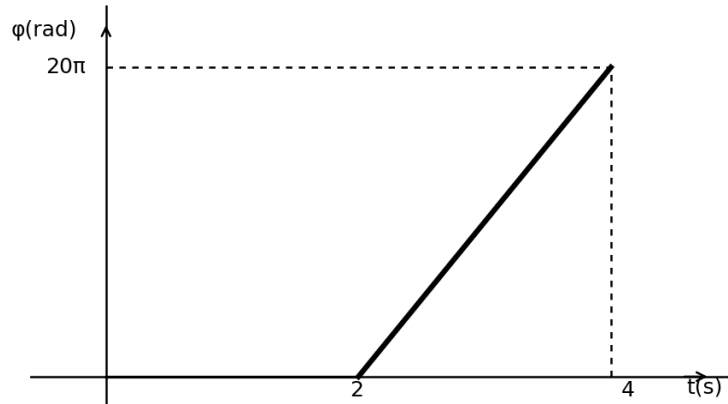
Από διατήρηση κινητικής ενέργειας: $\frac{1}{2}mu_0^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 \Rightarrow u_0^2 = u_1^2 + u_2^2.$

Αν $\vec{u}_0 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$, τότε $u_0^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2\cos\theta$. Συγκρίνοντας με την ενέργεια, παίρνουμε $2u_1u_2\cos\theta=0$. Επειδή η κρούση δεν είναι κεντρική, u_1 και u_2 δεν είναι μηδενικές, άρα $\cos\theta=0$ και $\theta=90^\circ$.

Σωστή επιλογή: ii) 90°.

ΘΕΜΑ Γ

Σχήμα 4: $\varphi(t)$ για $x_P=1$ m



Από το διάγραμμα για το σημείο P με $x_P=1$ m: το κύμα φτάνει στο P τη στιγμή $t=2$ s. Επομένως $x_P/u=2 \Rightarrow u=1/2=0,5$ m/s.

Η κλίση της ευθείας φ - t ισούται με την κυκλική συχνότητα: $\omega = \Delta\varphi/\Delta t = 20\pi/(4-2)=10\pi$ rad/s.

Άρα $T=2\pi/\omega=0,2$ s και $\lambda=uT=0,5 \cdot 0,2=0,1$ m. Ο κυματικός αριθμός είναι $k=2\pi/\lambda=20\pi$ rad/m.

Γ1 - Πλάτος ταλάντωσης

Η ενέργεια ταλάντωσης στοιχειώδους μάζας Δm είναι:

$$E = 1/2 \Delta m \omega^2 A^2.$$

Με $E=16\pi^2 \cdot 10^{-8}$ J, $\Delta m=2 \cdot 10^{-6}$ kg και $\omega=10\pi$ rad/s:

$$16\pi^2 \cdot 10^{-8} = 1/2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (10\pi)^2 \cdot A^2$$

$$16\pi^2 \cdot 10^{-8} = 10^{-6} \cdot 100\pi^2 \cdot A^2$$

$$A^2 = 16 \cdot 10^{-8} / 10^{-4} = 16 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-3}$$

$$A = 0,04 \text{ m.}$$

Απάντηση: $A=0,04$ m.

Γ2 - Εξίσωση κύματος

Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του O x , άρα έχει μορφή:

$$y = A \eta \mu(\omega t - kx).$$

Με $A=0,04$ m, $\omega=10\pi$ rad/s και $k=20\pi$ rad/m:

$$y = 0,04 \eta \mu(10\pi t - 20\pi x) \text{ (SI), για } t \geq x/u = 2x.$$

Πριν φτάσει το κύμα σε σημείο x , ισχύει $y=0$.

Απάντηση: $y=0,04 \eta \mu(10\pi t - 20\pi x)$.

Γ3 - Ταχύτητα του σημείου Σ όταν το Ρ περνά από Θ.Ι. με θετική ταχύτητα

Για το σημείο Ρ:

$$\varphi_P = 10\pi t - 20\pi \cdot 1 = 10\pi t - 20\pi.$$

Το Ρ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα όταν $\varphi_P = 2k\pi$. Άρα:

$$10\pi t - 20\pi = 2k\pi \Rightarrow t = 2 + 0,2k.$$

Το σημείο Σ βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 1,15 \text{ m}$. Η φάση του είναι:

$$\varphi_\Sigma = 10\pi t - 20\pi \cdot 1,15 = 10\pi t - 23\pi.$$

Για $t = 2 + 0,2k$:

$$\varphi_\Sigma = 10\pi(2 + 0,2k) - 23\pi = 20\pi + 2k\pi - 23\pi = (2k - 3)\pi.$$

Άρα η φάση του Σ είναι ισοδύναμη με π . Η ταχύτητα ταλάντωσης είναι:

$$u_y = dy/dt = A\omega \sin \varphi_\Sigma = 0,04 \cdot 10\pi \cdot \sin \pi = -0,4\pi \text{ m/s}.$$

Το μέτρο είναι $|u_y| = 0,4\pi \text{ m/s}$ και η φορά είναι προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα y .

Απάντηση: $|u_\Sigma| = 0,4\pi \text{ m/s}$, φορά αρνητική.

Γ4 - Εξίσωση απομάκρυνσης και γραφική παράσταση

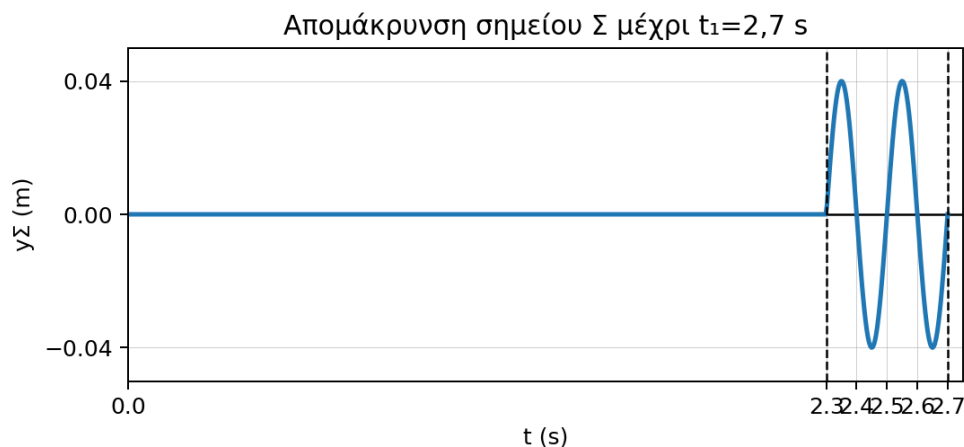
Το κύμα φτάνει στο Σ τη στιγμή:

$$t_\Sigma = x_\Sigma / u = 1,15 / 0,5 = 2,3 \text{ s}.$$

Άρα η απομάκρυνση του Σ είναι:

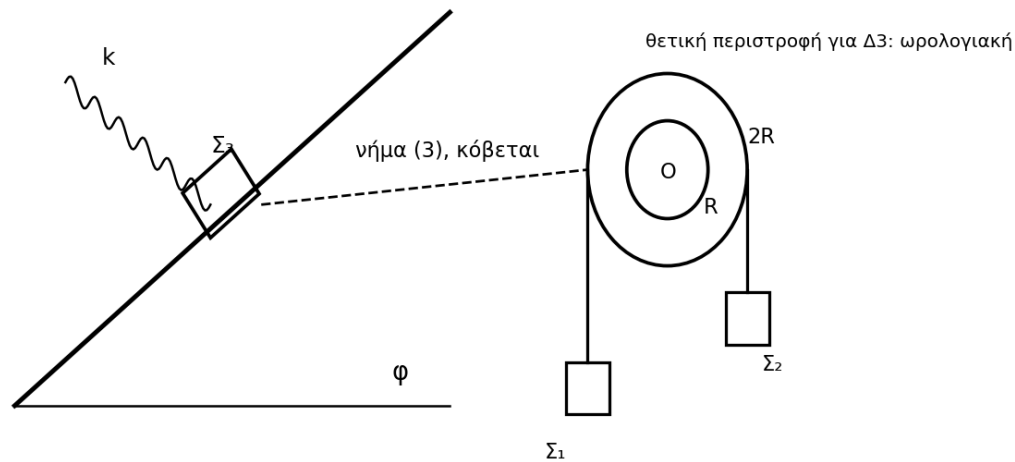
$$y_\Sigma(t) = 0, \text{ για } 0 \leq t < 2,3 \text{ s}$$

$$y_\Sigma(t) = 0,04\eta\mu(10\pi t - 23\pi), \text{ για } 2,3 \leq t \leq 2,7 \text{ s}.$$



Στο διάστημα 2,3 s έως 2,7 s περνούν 0,4 s, δηλαδή δύο πλήρεις περιόδους, αφού $T = 0,2 \text{ s}$.

ΘΕΜΑ Δ



Δεδομένα: $M=1,5 \text{ kg}$, $R=0,1 \text{ m}$, $I_{\Sigma}=2MR^2=2 \cdot 1,5 \cdot 0,1^2=0,03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $m_1=1 \text{ kg}$, $m_2=1,5 \text{ kg}$, $m_3=3 \text{ kg}$, $k=300 \text{ N/m}$, $\eta\mu\phi=0,8$, $\sigma\upsilon\nu\phi=0,6$, $g=10 \text{ m/s}^2$.

Δ1 - Επιμήκυνση ελατηρίου στην αρχική ισορροπία

Αρχικά όλο το σύστημα ισορροπεί. Για τα Σ_1 και Σ_2 :

$$T_1=m_1g=10 \text{ N}, \quad T_2=m_2g=15 \text{ N}.$$

Ισορροπία ροπών του στερεού ως προς O. Θεωρούμε θετική την αντιωρολογιακή φορά:

$$T_1R + T_3R - T_2(2R)=0$$

$$T_3 = 2T_2 - T_1 = 2 \cdot 15 - 10 = 20 \text{ N}.$$

Στο σώμα Σ_3 , κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, προς τα κάτω δρουν:

$$m_3g\eta\mu\phi = 3 \cdot 10 \cdot 0,8 = 24 \text{ N}$$

και η συνιστώσα της οριζόντιας τάσης T_3 κατά μήκος του επιπέδου: $T_3\sigma\upsilon\nu\phi=20 \cdot 0,6=12 \text{ N}$.

Για ισορροπία, η δύναμη του ελατηρίου είναι:

$$kx = 24 + 12 = 36 \text{ N} \Rightarrow x=36/300=0,12 \text{ m}.$$

Απάντηση: $\Delta l=0,12 \text{ m}$.

Δ2 - Ρυθμός μεταβολής ορμής του Σ_3 τη στιγμή $t_1=\pi/15 \text{ s}$

Μετά την κοπή του νήματος (3), το Σ_3 εκτελεί Α.Α.Τ. με $D=k$. Η νέα θέση ισορροπίας ικανοποιεί:

$$kx_0 = m_3g\eta\mu\phi = 24 \text{ N} \Rightarrow x_0=24/300=0,08 \text{ m}.$$

Αρχικά το ελατήριο είχε επιμήκυνση $0,12 \text{ m}$, άρα ως προς τη νέα Θ.Ι. το σώμα βρίσκεται $0,04 \text{ m}$ πιο κάτω. Με θετική φορά προς τα πάνω:

$$x(0)=-0,04 \text{ m και } u(0)=0.$$

Η γωνιακή συχνότητα είναι $\omega=\sqrt{(k/m_3)}=\sqrt{(300/3)}=10 \text{ rad/s}$. Άρα:

$$x(t)=-0,04\sin(10t).$$

Για $t_1=\pi/15 \text{ s}$: $10t_1=2\pi/3$, οπότε

$$x(t_1)=-0,04\sin(2\pi/3)=0,02 \text{ m}.$$

Στην Α.Α.Τ. ισχύει $\Sigma F=-Dx$, άρα ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$|dp/dt|=|\Sigma F|=D|x|=300\cdot 0,02=6 \text{ N}.$$

Απάντηση: $|dp/dt|=6 \text{ N}$.

Δ3 - Γωνιακή επιτάχυνση του στερεού Σ

Μετά την κοπή του νήματος (3), κινούνται τα Σ_1 και Σ_2 και περιστρέφεται το στερεό. Θεωρούμε θετική την ωρολογιακή φορά, ώστε το Σ_2 να κινείται προς τα κάτω και το Σ_1 προς τα πάνω.

Οι επιταχύνσεις είναι: $a_1=aR$ και $a_2=a(2R)$.

Για το Σ_1 , προς τα πάνω θετικά:

$$T_1 - m_1g = m_1aR \Rightarrow T_1 = 10 + 0,1a.$$

Για το Σ_2 , προς τα κάτω θετικά:

$$m_2g - T_2 = m_2a(2R) \Rightarrow T_2 = 15 - 0,3a.$$

Για το στερεό:

$$2RT_2 - RT_1 = I\Sigma a.$$

Αντικατάσταση:

$$0,2(15-0,3a) - 0,1(10+0,1a) = 0,03a$$

$$3 - 0,06a - 1 - 0,01a = 0,03a$$

$$2 = 0,10a \Rightarrow a=20 \text{ rad/s}^2.$$

Απάντηση: $a=20 \text{ rad/s}^2$.

Δ4 - Στροφορμή όταν τα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο

Αρχικά τα δύο σώματα απέχουν κατακόρυφα $h=0,48 \text{ m}$. Το Σ_1 ανεβαίνει και το Σ_2 κατεβαίνει.

Οι μετατοπίσεις τους μέχρι να βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο είναι:

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} R a t^2$$

$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} (2Ra) t^2 = R a t^2.$$

Επειδή $s_1 + s_2 = h$:

$$\frac{1}{2}R\alpha t^2 + R\alpha t^2 = h \Rightarrow \frac{3}{2}R\alpha t^2 = 0,48.$$

Με $R=0,1$ m και $\alpha=20$ rad/s²:

$$\frac{3}{2} \cdot 0,1 \cdot 20 \cdot t^2 = 0,48 \Rightarrow 3t^2 = 0,48 \Rightarrow t^2 = 0,16 \Rightarrow t = 0,4 \text{ s.}$$

Η γωνιακή ταχύτητα τότε είναι:

$$\omega = \alpha t = 20 \cdot 0,4 = 8 \text{ rad/s.}$$

Άρα η στροφορμή του στερεού είναι:

$$L = I\omega = 0,03 \cdot 8 = 0,24 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s.}$$

Απάντηση: $L=0,24 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

Δ5 - Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας μετά από $N=20/\pi$ περιστροφές

Η γωνιακή μετατόπιση για N περιστροφές είναι:

$$\theta = 2\pi N = 2\pi \cdot (20/\pi) = 40 \text{ rad.}$$

Από την κινηματική περιστροφής, αφού αρχικά $\omega_0=0$:

$$\omega^2 = 2\alpha\theta = 2 \cdot 20 \cdot 40 = 1600 \Rightarrow \omega = 40 \text{ rad/s.}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού είναι η ισχύς της συνισταμένης ροπής:

$$dK/dt = \Sigma \tau \cdot \omega = I\alpha\omega.$$

Άρα:

$$dK/dt = 0,03 \cdot 20 \cdot 40 = 24 \text{ W.}$$

Απάντηση: $|dK/dt|=24 \text{ W}$.