

Αναλυτικές λύσεις

Φυσική Προσανατολισμού - Επαναληπτικές 2020 (Νέο Σύστημα)

ΘΕΜΑ Α

A1-A4: πολλαπλής επιλογής

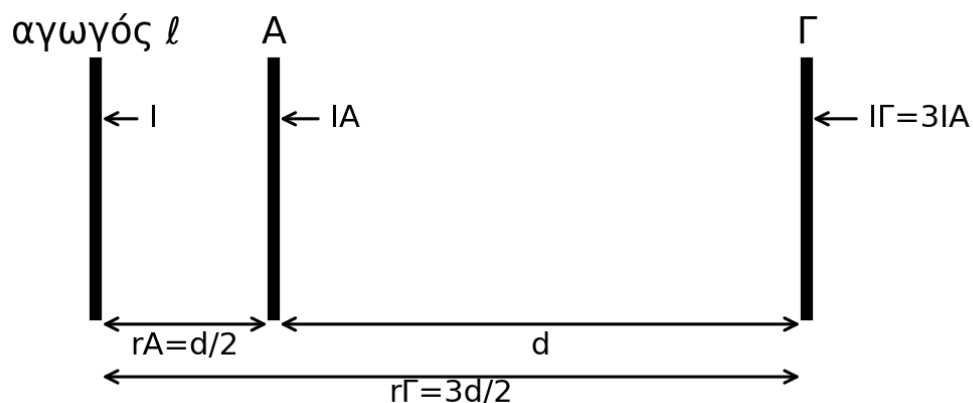
Ερώτηση	Σωστή επιλογή	Σύντομη αιτιολόγηση
A1	γ) 50V2 V	Η μέγιστη τάση είναι $V_{\max}=100\text{ V}$, άρα $V_{\text{εν}}=V_{\max}/\sqrt{2}=100/\sqrt{2}=50\sqrt{2}\text{ V}$.
A2	β) 4 φορές	Στα διακροτήματα η συχνότητα μεταβολής του πλάτους είναι $ f_2-f_1 =4\text{ Hz}$. Άρα σε 1 s το πλάτος μεγιστοποιείται 4 φορές.
A3	δ	Μόνο στροφική κίνηση αρχικά ακίνητου στερεού προκύπτει από ζεύγος δυνάμεων: παράλληλες, αντίρροπες, ίσες και μη συνευθειακές.
A4	γ	Σε μονωμένο σύστημα δύο σωμάτων σε κάθε κρούση διατηρείται η ορμή. Η ολική ενέργεια επίσης διατηρείται, αν ληφθούν υπόψη όλες οι μορφές της.

A5: Σωστό - Λάθος

Πρόταση	Χαρακτηρισμός	Αιτιολόγηση
α	Σωστό	Η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το μέσο και από γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος.
β	Σωστό	Η σύνθετη κίνηση στερεού αναλύεται σε μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας και στροφική γύρω από άξονα που διέρχεται από αυτό.
γ	Λάθος	Ιδανικό ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και χωρίς εσωτερικές τριβές, ενώ στη βασική σχολική μελέτη η ροή είναι στρωτή, όχι στροβιλώδης.
δ	Λάθος	Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ο διεγέρτης προσφέρει ενέργεια στο σύστημα ώστε να αντισταθμίζονται οι απώλειες.
ε	Λάθος	Η ροπή δύναμης μετριέται σε $\text{N}\cdot\text{m}$, όχι σε N/m .

ΘΕΜΑ Β

B1 - Ισορροπία ρευματοφόρου αγωγού



Σωστή επιλογή: ii) $r\Gamma = 3d/2$.

Ο τρίτος αγωγός έχει ρεύμα ομόρροπο με τον αγωγό A και αντίρροπο με τον Γ. Για να ισορροπεί, οι δύο μαγνητικές δυνάμεις πρέπει να είναι αντίθετες. Αυτό γίνεται όταν ο τρίτος αγωγός βρίσκεται εξωτερικά, αριστερά του A.

$$F = B I \ell = (\mu_0 I_1 / 2\pi r) I_2 \ell$$

$$F_A = F_\Gamma \Rightarrow \mu_0 I_A I \ell / (2\pi r_A) = \mu_0 I_\Gamma I \ell / (2\pi r_\Gamma)$$

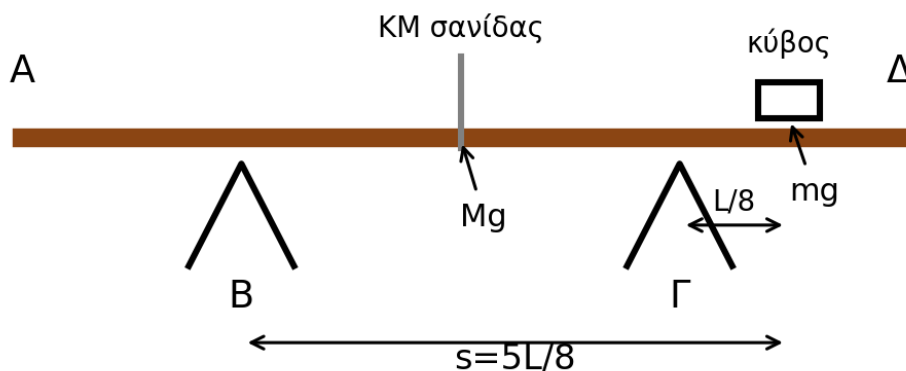
$$I_\Gamma = 3I_A \Rightarrow I_A / r_A = 3I_A / r_\Gamma \Rightarrow r_\Gamma = 3r_A$$

Από τη γεωμετρία, επειδή ο τρίτος αγωγός είναι αριστερά του A:

$$r_\Gamma = d + r_A$$

$$d + r_A = 3r_A \Rightarrow r_A = d/2 \text{ και } r_\Gamma = 3d/2$$

B2 - Ανατροπή σανίδας



Σωστή επιλογή: iii) $t_1 = 5L/(8U)$.

Η σανίδα αρχίζει να ανατρέπεται όταν χάνεται η επαφή με το αριστερό στήριγμα B, δηλαδή όταν η αντίδραση στο B μηδενίζεται. Τότε η σανίδα είναι οριακά έτοιμη να περιστραφεί γύρω από το στήριγμα Γ.

Παίρνουμε ροπές ως προς το Γ. Το κέντρο μάζας της σανίδας απέχει από το Γ απόσταση $L/4$ προς τα αριστερά. Αν η θέση του κύβου απέχει από το Α απόσταση x , τότε η απόστασή του από το Γ είναι $x - 3L/4$.

$$M g \cdot L/4 = m g \cdot (x - 3L/4)$$

$$m = 2M \Rightarrow M L/4 = 2M(x - 3L/4)$$

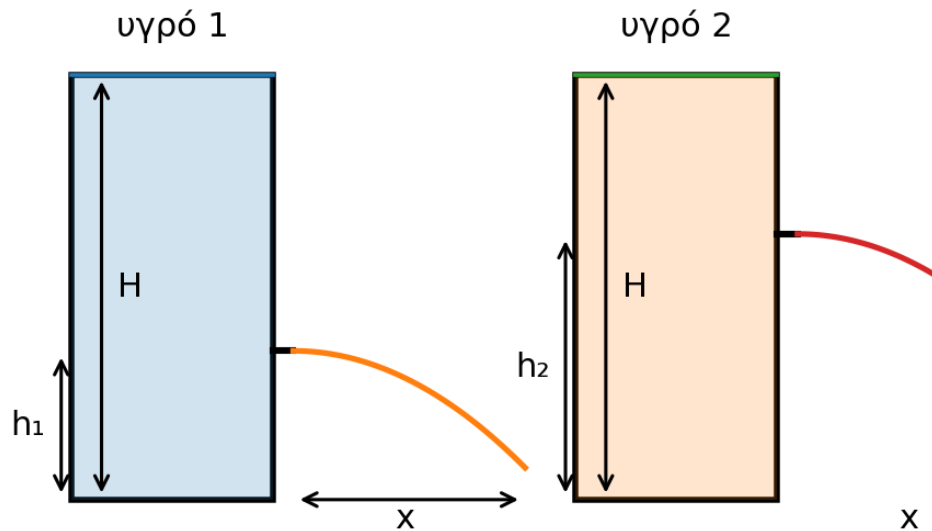
$$x - 3L/4 = L/8 \Rightarrow x = 7L/8$$

Ο κύβος ξεκινά από το Β, δηλαδή από $x_0=L/4$. Η απόσταση που διανύει μέχρι την ανατροπή είναι:

$$s = 7L/8 - L/4 = 7L/8 - 2L/8 = 5L/8$$

$$t_1 = s/U = 5L/(8U)$$

B3 - Οριζόντια βολή φλέβας ιδανικού υγρού



Σωστή επιλογή: i) $h_1 + h_2 = H$.

Η ταχύτητα εκροής από μικρή οπή σε βάθος $H-h$ κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια δίνεται από τον νόμο Torricelli:

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

Η φλέβα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h , άρα ο χρόνος πτώσης είναι:

$$t = \sqrt{2h/g}$$

Το βεληνεκές είναι:

$$x = vt = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \sqrt{2h/g} = 2\sqrt{h(H-h)}$$

Εφόσον $x_1=x_2$:

$$2\sqrt{h_1(H-h_1)} = 2\sqrt{h_2(H-h_2)}$$

$$h_1H - h_1^2 = h_2H - h_2^2$$

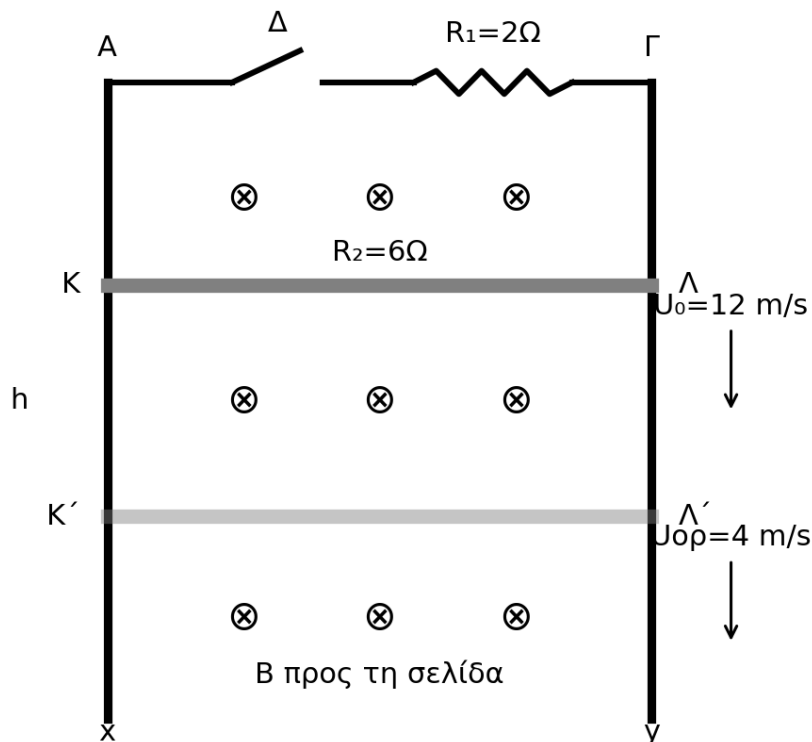
$$(h_1-h_2)(H-h_1-h_2)=0$$

Επειδή $h_2>h_1$, δεν ισχύει $h_1=h_2$. Επομένως:

$$H - h_1 - h_2 = 0 \Rightarrow h_1 + h_2 = H$$

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: $\ell=1\text{ m}$, $m=0,2\text{ kg}$, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $B=2\text{ T}$, $U_0=12\text{ m/s}$, $g=10\text{ m/s}^2$.



Με κλειστό τον διακόπτη, ο αγωγός ΚΛ και ο αντιστάτης R_1 ανήκουν στο ίδιο κύκλωμα. Άρα:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = 8\ \Omega$$

Όταν ο αγωγός κινείται προς τα κάτω, εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή:

$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = B\ell v$$

$$I = \mathcal{E}_{\text{επ}}/R_{ολ} = B\ell v/R_{ολ}$$

Η φορά του ρεύματος στον αγωγό ΚΛ είναι από Κ προς Λ. Η μαγνητική δύναμη στον αγωγό έχει φορά προς τα πάνω, αντίθετη από την κίνηση.

Γ1 - Αρχική επιτάχυνση

$$I_0 = B\ell U_0/R_{ολ} = 2 \cdot 1 \cdot 12/8 = 3\text{ A}$$

$$F_L = B I_0 \ell = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6\text{ N}$$

$$w = mg = 0,2 \cdot 10 = 2\text{ N}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω:

$$\Sigma F = mg - F_L = 2 - 6 = -4\text{ N}$$

$$a = \Sigma F/m = -4/0,2 = -20\text{ m/s}^2$$

Άρα το μέτρο της επιτάχυνσης είναι 20 m/s^2 και η κατεύθυνσή της είναι προς τα πάνω.

Γ2 - Οριακή ταχύτητα

Στην οριακή ταχύτητα η επιτάχυνση μηδενίζεται. Άρα η μαγνητική δύναμη εξισώνεται με το βάρος:

$$mg = FL = B I \ell = B \cdot (B\ell U_{op}/R_{ol}) \cdot \ell$$

$$mg = B^2 \ell^2 U_{op}/R_{ol}$$

$$U_{op} = mgR_{ol}/(B^2 \ell^2) = (0,2 \cdot 10 \cdot 8)/(2^2 \cdot 1^2) = 16/4 = 4 \text{ m/s}$$

Γ3 - Θερμότητα σε R₁ και R₂

Το φορτίο που περνά από διατομή είναι:

$$q = \int I dt = \int (B\ell v/R_{ol}) dt = (B\ell/R_{ol}) \int v dt = B\ell h/R_{ol}$$

$$h = qR_{ol}/(B\ell) = 0,4 \cdot 8/(2 \cdot 1) = 1,6 \text{ m}$$

Η παραγόμενη θερμότητα στο κύκλωμα προκύπτει από την ενεργειακή μεταβολή: η αρχική κινητική ενέργεια και η απώλεια βαρυτικής δυναμικής ενέργειας μετατρέπονται σε τελική κινητική ενέργεια και θερμότητα.

$$K_0 + mgh = K_1 + Q_{ολ}$$

$$K_0 = 1/2 m U_0^2 = 1/2 \cdot 0,2 \cdot 12^2 = 14,4 \text{ J}$$

$$K_1 = 1/2 m U_{op}^2 = 1/2 \cdot 0,2 \cdot 4^2 = 1,6 \text{ J}$$

$$mgh = 0,2 \cdot 10 \cdot 1,6 = 3,2 \text{ J}$$

$$Q_{ολ} = K_0 + mgh - K_1 = 14,4 + 3,2 - 1,6 = 16 \text{ J}$$

Οι αντιστάτες είναι σε σειρά, άρα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα. Η θερμότητα κατανέμεται ανάλογα με τις αντιστάσεις:

$$Q_1/Q_2 = R_1/R_2$$

$$Q_1 = Q_{ολ} \cdot R_1/R_{ολ} = 16 \cdot 2/8 = 4 \text{ J}$$

$$Q_2 = Q_{ολ} \cdot R_2/R_{ολ} = 16 \cdot 6/8 = 12 \text{ J}$$

Γ4 - Ρυθμός αύξησης κινητικής ενέργειας μετά το άνοιγμα του διακόπτη

Όταν ανοίγει ο διακόπτης, το κύκλωμα διακόπτεται. Δεν υπάρχει επαγωγικό ρεύμα, άρα δεν υπάρχει μαγνητική δύναμη Laplace στον αγωγό. Ο αγωγός κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους.

Στη στιγμή t_2 έχει ταχύτητα $U_{op}=4 \text{ m/s}$ προς τα κάτω. Από τη στιγμή t_2 μέχρι τη στιγμή t_3 μετατοπίζεται κατά $h_1=0,45 \text{ m}$ προς τα κάτω.

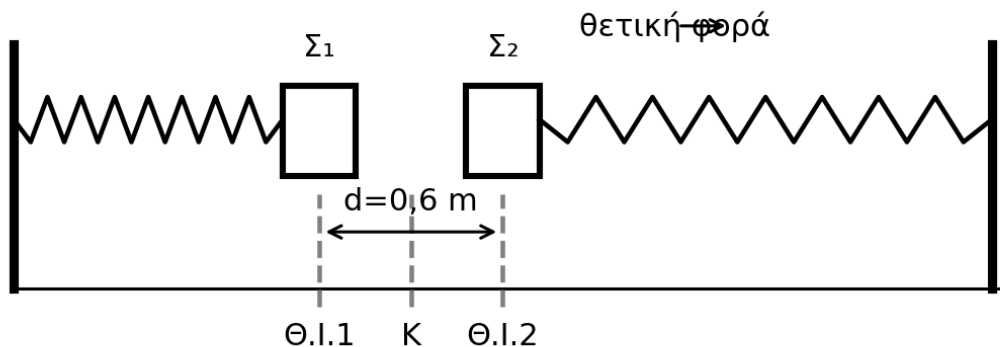
$$v_3^2 = U_{op}^2 + 2gh_1 = 4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,45 = 16 + 9 = 25$$

$$v_3 = 5 \text{ m/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι η ισχύς της συνισταμένης δύναμης:

$$dK/dt = \Sigma F \cdot v = mgv_3 = 0,2 \cdot 10 \cdot 5 = 10 \text{ W}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δεδομένα: $m_1=5 \text{ kg}$, $k_1=80 \text{ N/m}$, $m_2=12 \text{ kg}$, $k_2=300 \text{ N/m}$, $d=0,6 \text{ m}$. Θετική φορά: από Α προς Γ.

Δ1 - Περίοδοι ταλαντώσεων

$$\omega = \sqrt{D/m} = \sqrt{k/m}, \quad T = 2\pi/\omega$$

$$\omega_1 = \sqrt{80/5} = \sqrt{16} = 4 \text{ rad/s}$$

$$T_1 = 2\pi/4 = \pi/2 \text{ s}$$

$$\omega_2 = \sqrt{300/12} = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s}$$

$$T_2 = 2\pi/5 \text{ s}$$

Δ2 - Εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας

Το Σ_1 απομακρύνεται αρχικά προς τα αριστερά κατά $d_1=0,6 \text{ m}$. Άρα, με θετική φορά προς τα δεξιά:

$$x_1(0) = -0,6 \text{ m}, \quad v_1(0)=0$$

$$x_1(t) = -0,6 \sin(4t)$$

$$v_1(t) = dx_1/dt = 2,4 \sin(4t)$$

Το Σ_2 απομακρύνεται αρχικά προς τα δεξιά κατά $d_2=0,2\sqrt{3} \text{ m}$:

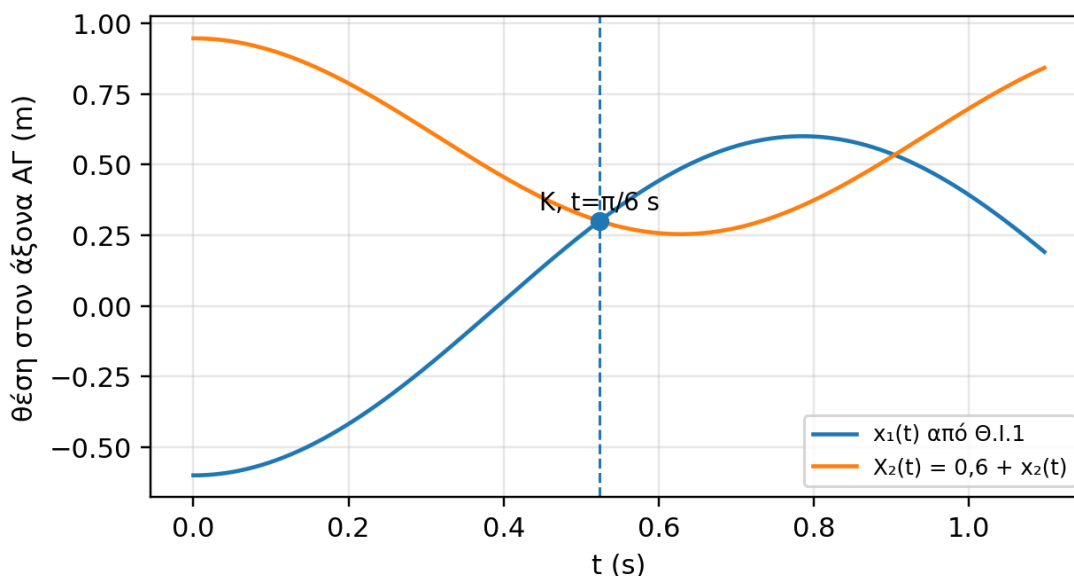
$$x_2(0) = +0,2\sqrt{3} \text{ m}, \quad v_2(0)=0$$

$$x_2(t) = 0,2\sqrt{3} \sin(5t)$$

$$v_2(t) = dx_2/dt = \sqrt{3} \cos(5t)$$

Οι x_1, x_2 είναι απομακρύνσεις από τις αντίστοιχες θέσεις ισορροπίας. Αν μετράμε την πραγματική θέση από τη Θ.Ι.1, τότε:

$$X_1(t)=x_1(t), \quad X_2(t)=0,6+x_2(t)$$



Δ3 - Απόδειξη ότι συγκρούονται στο μέσο Κ

Το μέσο Κ των αρχικών θέσεων ισορροπίας απέχει 0,3 m από καθεμία. Άρα, για σύγκρουση στο Κ πρέπει:

$$x_1 = +0,3 \text{ m και } x_2 = -0,3 \text{ m}$$

Για το Σ₁:

$$-0,6 \sin(4t) = 0,3 \Rightarrow \sin(4t) = -1/2$$

Η πρώτη χρονική στιγμή που συμβαίνει αυτό είναι:

$$4t = 2\pi/3 \Rightarrow t = \pi/6 \text{ s}$$

Για το Σ₂ στην ίδια χρονική στιγμή:

$$x_2(\pi/6) = 0,2\sqrt{3} \sin(5\pi/6)$$

$$x_2(\pi/6) = 0,2\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}/2) = -0,3 \text{ m}$$

Άρα την ίδια στιγμή έχουμε $x_1=0,3 \text{ m}$ και $x_2=0,6-0,3=0,3 \text{ m}$. Επομένως τα σώματα συγκρούονται στο μέσο Κ.

Δ4 - Ταχύτητες πριν και μετά την ελαστική κρούση

Αμέσως πριν την κρούση, για $t=\pi/6 \text{ s}$:

$$v_1 = 2,4 \eta\mu(4\pi/6) = 2,4 \eta\mu(2\pi/3) = 2,4 \cdot \sqrt{3}/2 = 1,2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v_2 = -\sqrt{3} \eta\mu(5\pi/6) = -\sqrt{3} \cdot 1/2 = -\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Για κεντρική ελαστική κρούση σε μία διάσταση:

$$v_1' = [(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]v_1 + [2m_2/(m_1+m_2)]v_2$$

$$v_2' = [2m_1/(m_1+m_2)]v_1 + [(m_2-m_1)/(m_1+m_2)]v_2$$

Με $m_1=5 \text{ kg}$ και $m_2=12 \text{ kg}$:

$$v_1' = [(5-12)/17] \cdot 1,2\sqrt{3} + [24/17] \cdot (-\sqrt{3}/2)$$

$$v_1' = (-8,4\sqrt{3}/17) - (12\sqrt{3}/17) = -20,4\sqrt{3}/17 = -1,2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v_2' = [10/17] \cdot 1,2\sqrt{3} + [7/17] \cdot (-\sqrt{3}/2)$$

$$v_2' = (12\sqrt{3}/17) - (3,5\sqrt{3}/17) = 8,5\sqrt{3}/17 = \sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Άρα οι ταχύτητες αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετες από τις πριν:

$$v_1' = -1,2\sqrt{3} \text{ m/s}, \quad v_2' = +\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Δ5 - Απόδειξη δεύτερης σύγκρουσης στο Κ

Μετά την πρώτη κρούση θεωρούμε νέο χρόνο $\tau=0$ στη στιγμή της κρούσης. Τότε τα σώματα ξεκινούν από το Κ με:

$$x_1(0)=0,3, \quad v_1'(0)=-1,2\sqrt{3}$$

$$x_2(0)=-0,3, \quad v_2'(0)=+\sqrt{3}/2$$

Για το Σ_1 , το πλάτος παραμένει 0,6 m:

$$A_1 = \sqrt{[x_1]^2 + (v_1'/\omega_1)^2} = \sqrt{[0,3]^2 + (-1,2\sqrt{3}/4)^2} = 0,6 \text{ m}$$

Η φάση του Σ_1 στο νέο ξεκίνημα ικανοποιεί $\sin\phi_1=0,3/0,6=1/2$ και ημ $\phi_1>0$, άρα $\phi_1=\pi/3$. Θα ξαναπεράσει από $x_1=0,3$ όταν:

$$\phi_1 + 4\tau = 5\pi/3 \Rightarrow \pi/3 + 4\tau = 5\pi/3 \Rightarrow \tau = \pi/3 \text{ s}$$

Για το Σ_2 , το πλάτος παραμένει $0,2\sqrt{3}$ m:

$$A_2 = \sqrt{[x_2]^2 + (v_2'/\omega_2)^2} = \sqrt{[(-0,3)]^2 + ((\sqrt{3}/2)/5)^2} = 0,2\sqrt{3} \text{ m}$$

Στη στιγμή αμέσως μετά την κρούση ισχύει $\sin\phi_2=-\sqrt{3}/2$ και, επειδή $v_2=-A_2\omega_2\eta\mu\phi_2>0$, παίρνουμε $\eta\mu\phi_2<0$, άρα $\phi_2=7\pi/6$. Θα ξαναπεράσει από $x_2=-0,3$ όταν:

$$\phi_2 + 5\tau = 17\pi/6 \Rightarrow 7\pi/6 + 5\tau = 17\pi/6 \Rightarrow \tau = \pi/3 \text{ s}$$

Και τα δύο σώματα επιστρέφουν στο Κ μετά από ίδιο χρόνο $\tau=\pi/3$ s. Επομένως συγκρούονται ξανά στο σημείο Κ.