

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ 2020 - ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΘΕΜΑ Α

Ερώτηση	Σωστή επιλογή	Αιτιολόγηση
A1	β	Η εξίσωση έχει σταθερό πλάτος και γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{K/m}$, δηλαδή φυσική συχνότητα του συστήματος. Δεν υπάρχει εξωτερικός διεγέρτης ούτε απόσβεση: ελεύθερη ταλάντωση.
A2	β	Στα διακροτήματα το πλάτος μεγιστοποιείται με συχνότητα $ f_2 - f_1 = 402 - 398 = 4 \text{ Hz}$. Άρα σε 1 s έχουμε 4 μεγιστοποιήσεις.
A3	β	Οι δύο δυνάμεις είναι αντίθετες και παράλληλες, αλλά όχι ομόφορες στο ίδιο ευθύγραμμο φορέα. Έχουν συνισταμένη δύναμη μηδέν και συνισταμένη ροπή μη μηδενική: ζεύγος δυνάμεων. Το κέντρο μάζας δεν αποκτά μεταφορική επιτάχυνση, ενώ το στερεό περιστρέφεται.
A4	α	Σε κάθε κρούση μονωμένου συστήματος διατηρείται η ορμή. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται μόνο στην ελαστική κρούση.

A5

Πρόταση	Χαρακτηρισμός	Σχόλιο
α	Σωστό	Η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το μέσο και από γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος.
β	Σωστό	Η σύνθετη κίνηση στερεού αναλύεται σε μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας και στροφική γύρω από άξονα που διέρχεται από αυτό.
γ	Λάθος	Στο ιδανικό ρευστό θεωρούμε αστροβίλη ροή.
δ	Λάθος	Ο διεγέρτης προσφέρει ενέργεια στο σύστημα, αντισταθμίζοντας τις απώλειες λόγω απόσβεσης.
ε	Λάθος	Η ροπή δύναμης μετριέται σε $\text{N}\cdot\text{m}$, όχι σε $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

ΘΕΜΑ Β

B1

Σωστή απάντηση: iii) 1/2.

Αφού τη στιγμή $t=0$ το σώμα περνά από τη Θ.Ι. προς τη θετική ακραία θέση, γράφουμε:

$$x = A\eta\mu(\omega t)$$

Για $x=A/2$:

$$A/2 = A\eta\mu(\omega t_1) \Rightarrow \eta\mu(\omega t_1)=1/2 \Rightarrow \omega t_1=\pi/6$$

$$\Delta t_1 = \pi/(6\omega) = T/12$$

Για $x=A$:

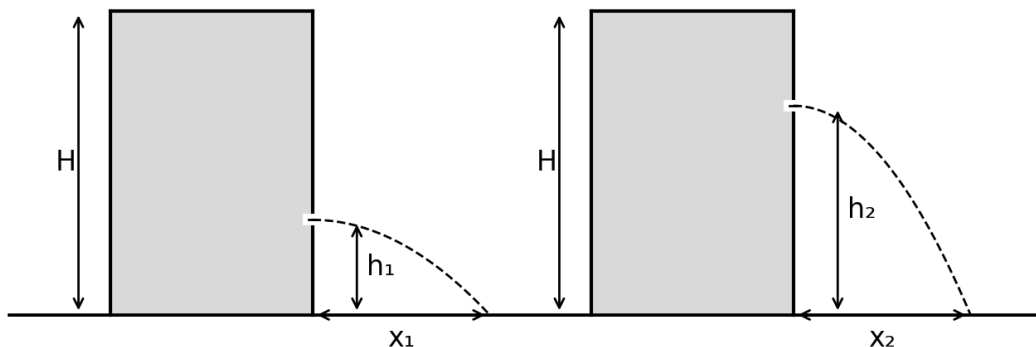
$$A = A\eta\mu(\omega t) \Rightarrow \omega t = \pi/2$$

$$\Delta t_2 = (\pi/2 - \pi/6)/\omega = \pi/(3\omega) = T/6$$

$$\Delta t_1/\Delta t_2 = (T/12)/(T/6) = 1/2$$

B2

Σωστή απάντηση: i) $h_1 + h_2 = H$.



$$\text{Ισότητα βεληνεκών: } x_1 = x_2 \Rightarrow h_1 + h_2 = H$$

Σχήμα B2: το βεληνεκές της φλέβας εξαρτάται από το γινόμενο $h(H-h)$.

Για οπή σε ύψος h από το έδαφος και ελεύθερη επιφάνεια σε ύψος H , από Torricelli:

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

Ο χρόνος πτώσης από ύψος h είναι:

$$t = \sqrt{2h/g}$$

Άρα το οριζόντιο βεληνεκές είναι:

$$x = vt = \sqrt{[2g(H-h)]} \cdot \sqrt{(2h/g)} = 2\sqrt{[h(H-h)]}$$

Αφού $x_1 = x_2$:

$$2\sqrt{[h_1(H-h_1)]} = 2\sqrt{[h_2(H-h_2)]}$$

$$h_1(H-h_1) = h_2(H-h_2)$$

$$Hh_1 - h_1^2 = Hh_2 - h_2^2$$

$$(h_1 - h_2)[H - (h_1 + h_2)] = 0$$

Επειδή δίνεται $h_2 > h_1$, δεν μπορεί να είναι $h_1 = h_2$. Άρα:

$$h_1 + h_2 = H$$

B3

Σωστή απάντηση: iii) $M = 30m_1$.

Θεωρούμε θετική τη φορά προς τα δεξιά. Δίνεται $m_1 = m_2/4$, άρα $m_2 = 4m_1$. Το m_1 χάνει το 84% της αρχικής του κινητικής ενέργειας, οπότε κρατά το 16%:

$$K_1' = 0,16K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = 0,16 \cdot \frac{1}{2} m_1 U^2$$

$$v_1' = 0,4U$$

Το m_1 διαπερνά το κιβώτιο, άρα συνεχίζει προς τα δεξιά με ταχύτητα $+0,4U$. Το m_2 σφηνώνεται στο κιβώτιο και το συσσωμάτωμα κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $-U/10$.

Διατήρηση ορμής στον οριζόντιο άξονα:

$$p_i = p_f$$

$$m_1 U - m_2 U = m_1(0,4U) + (M + m_2)(-U/10)$$

$$m_1 U - 4m_1 U = 0,4m_1 U - (M + 4m_1)U/10$$

$$-3m_1 = 0,4m_1 - M/10 - 0,4m_1$$

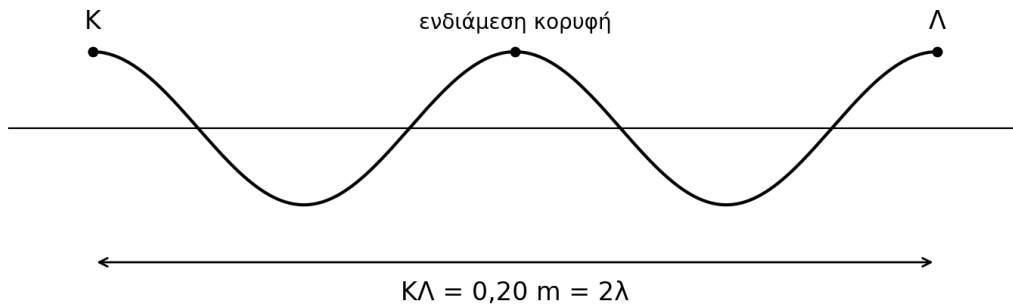
$$-3m_1 = -M/10 \Rightarrow M = 30m_1$$

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα

- Η απόσταση ΚΛ είναι 0,20 m.
- Το κύμα περνά πρώτα από το Κ και μετά από το Λ.
- Η κινητική ενέργεια του Κ μεγιστοποιείται κάθε 0,25 s.
- Το Κ και το Λ βρίσκονται σε κορυφές και ανάμεσά τους υπάρχει ακόμη μία κορυφή.

- Η απόσταση των ακραίων θέσεων του Κ είναι 0,04 m, άρα $2A=0,04 \text{ m} \Rightarrow A=0,02 \text{ m}$.



Σχήμα Γ1: Το Κ και το Λ είναι κορυφές με μία ενδιάμεση κορυφή, άρα $K\Lambda=2\lambda$.

Γ1

Αφού το Κ και το Λ είναι κορυφές και ανάμεσά τους υπάρχει ακόμη μία κορυφή, η απόσταση ΚΛ αντιστοιχεί σε δύο μήκη κύματος:

$$K\Lambda = 2\lambda \Rightarrow 0,20 = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 0,10 \text{ m}$$

Η κινητική ενέργεια σε Α.Α.Τ. μεγιστοποιείται κάθε φορά που το υλικό σημείο περνά από τη θέση ισορροπίας. Αυτό συμβαίνει δύο φορές σε κάθε περίοδο, άρα το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων της Κ είναι $T/2$.

$$T/2 = 0,25 \text{ s} \Rightarrow T = 0,50 \text{ s}$$

$$f = 1/T = 2 \text{ Hz}$$

$$v\delta = \lambda f = 0,10 \cdot 2 = 0,20 \text{ m/s}$$

Άρα: $\lambda=0,10 \text{ m}$, $f=2 \text{ Hz}$, $v\delta=0,20 \text{ m/s}$.

Γ2

Η καθυστέρηση με την οποία φτάνει το κύμα από το Κ στο Λ είναι:

$$\tau = K\Lambda/v\delta = 0,20/0,20 = 1 \text{ s}$$

Το σημείο Λ παραμένει ακίνητο μέχρι $t=1 \text{ s}$. Για $t \geq 1 \text{ s}$ αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση όπως το Κ στη στιγμή που έφτασε το κύμα: από $y=0$ προς τη θετική φορά.

$$\omega = 2\pi f = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$y\Lambda = A\eta\mu[\omega(t-1)] = 0,02\eta\mu[4\pi(t-1)]$$

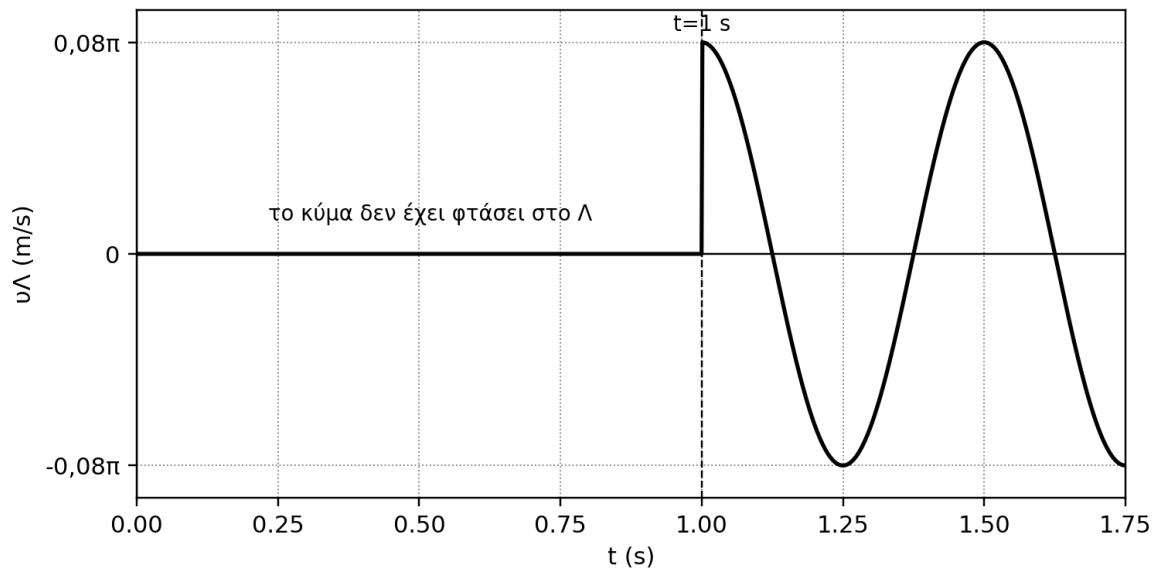
$$v\Lambda = dy\Lambda/dt = A\omega\sigma\upsilon\nu[\omega(t-1)]$$

$$v\Lambda(t) = 0,08\pi \cdot \sigma\upsilon\nu[4\pi(t-1)] \quad \text{για } t \geq 1 \text{ s}$$

Πλήρης εξίσωση της ταχύτητας:

$$υΛ(t)=0, 0 \leq t < 1 \text{ s}$$

$$υΛ(t)=0,08\pi \cdot \sin[4\pi(t-1)], 1 \leq t \leq 1,75 \text{ s}$$



Γραφική παράσταση $υΛ(t)$, από $t=0$ έως $t=1,75 \text{ s}$.

Γ3

Αυξάνουμε τη συχνότητα της πηγής χωρίς να αλλάξει το μέσο, άρα η ταχύτητα διάδοσης του κύματος παραμένει ίδια: $υδ=0,20 \text{ m/s}$.

Τώρα το Κ και το Λ είναι κορυφές και ανάμεσά τους υπάρχουν συνολικά 3 κορυφές. Άρα από το Κ έως το Λ έχουμε 4 διαστήματα μήκους κύματος:

$$ΚΛ = 4\lambda' \Rightarrow 0,20 = 4\lambda' \Rightarrow \lambda' = 0,05 \text{ m}$$

$$f' = υδ/\lambda' = 0,20/0,05 = 4 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f' - f = 4 - 2 = 2 \text{ Hz}$$

Η απαιτούμενη αύξηση της συχνότητας είναι $\Delta f=2 \text{ Hz}$.

Γ4

Για υλικό σημείο μάζας Δm που εκτελεί Α.Α.Τ., η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι:

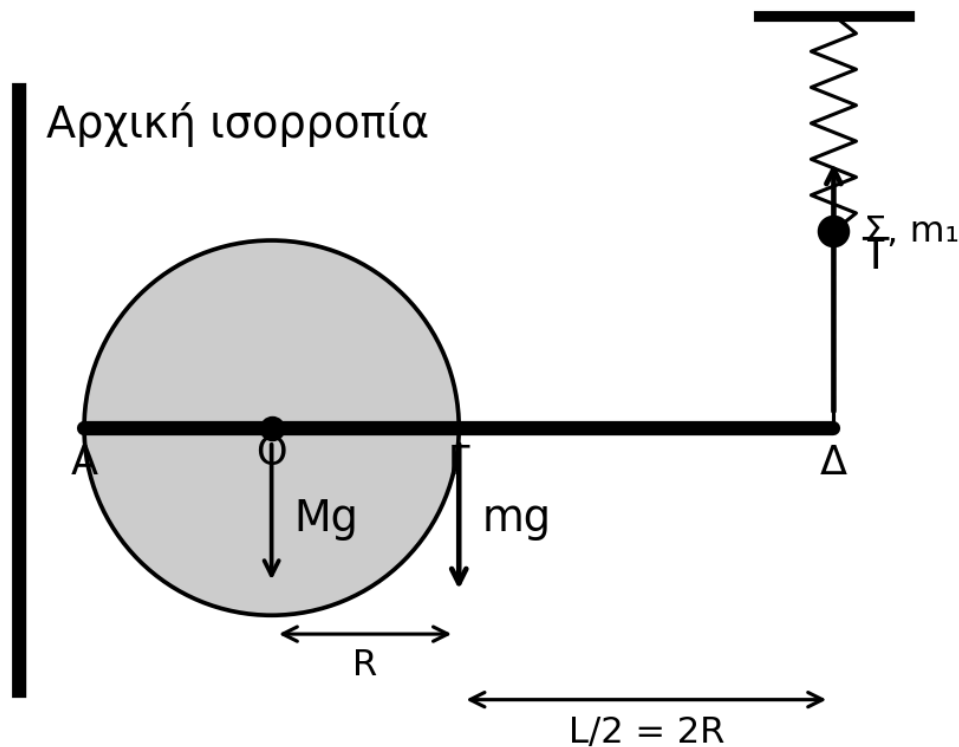
$$K_{\max} = 1/2 \cdot \Delta m \cdot υ_{\max}^2 = 1/2 \cdot \Delta m \cdot (\omega A)^2$$

Το πλάτος δεν αλλάζει και η στοιχειώδης μάζα είναι η ίδια. Άρα:

$$K_{\max,1}/K_{\max,2} = (\omega_1/\omega_2)^2 = (f_1/f_2)^2$$

$$K_{\max,1}/K_{\max,2} = (2/4)^2 = 1/4$$

ΘΕΜΑ Δ



Σχήμα Δ: γεωμετρία αρχικής ισορροπίας και δυνάμεις που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς.

Χρήσιμα γεωμετρικά στοιχεία

- Η ράβδος έχει μήκος $L=4R=0,8$ m και το μέσο της βρίσκεται στο Γ της περιφέρειας του δίσκου.
- Άρα το κέντρο μάζας της ράβδου απέχει από τον άξονα Ο απόσταση $ΟΓ=R=0,2$ m.
- Το άκρο Δ απέχει από τον Ο απόσταση $ΟΔ = R + L/2 = 0,2 + 0,4 = 0,6$ m.

Δ1

Για την ισορροπία του στερεού παίρνουμε ροπές ως προς τον άξονα Ο. Το βάρος του δίσκου δεν δίνει ροπή, επειδή εφαρμόζεται στο Ο. Η ροπή του βάρους της ράβδου εξισορροπείται από τη ροπή της τάσης του νήματος στο Δ.

$$\Sigma \tau_O = 0 \Rightarrow T \cdot O\Delta = mg \cdot O\Gamma$$

$$T \cdot 0,6 = 3 \cdot 10 \cdot 0,2$$

$$0,6T = 6 \Rightarrow T = 10 \text{ N}$$

Για τη δύναμη του άξονα στο στερεό εφαρμόζουμε ισορροπία δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα:

$$F_O + T - Mg - mg = 0$$

$$F_O + 10 - 6 \cdot 10 - 3 \cdot 10 = 0$$

$$F_O = 80 \text{ N}$$

Άρα η τάση του νήματος είναι $T=10\text{ N}$ και η δύναμη από τον άξονα έχει μέτρο 80 N , κατακόρυφα προς τα πάνω.

Δ2

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, η μόνη ροπή που περιστρέφει το στερεό ως προς τον O είναι η ροπή του βάρους της ράβδου. Πρώτα υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του στερεού.

$$I_{\text{δίσκου}} = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0,2^2 = 0,12 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I_{\text{ράβδου},O} = I_{\text{cm}} + mR^2 = (\frac{1}{12})mL^2 + mR^2$$

$$I_{\text{ράβδου},O} = (\frac{1}{12}) \cdot 3 \cdot 0,8^2 + 3 \cdot 0,2^2 = 0,16 + 0,12 = 0,28 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I_{\text{ολ}} = 0,12 + 0,28 = 0,40 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Η συνισταμένη ροπή αμέσως μετά το κόψιμο είναι:

$$\tau = mgR = 3 \cdot 10 \cdot 0,2 = 6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau = I_{\text{ολ}} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow \alpha_{\text{γων}} = 6/0,40 = 15 \text{ rad/s}^2$$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον ίδιο άξονα είναι:

$$|dL_{\text{ράβδου}}/dt| = I_{\text{ράβδου},O} \cdot \alpha_{\text{γων}} = 0,28 \cdot 15 = 4,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Άρα $|dL_{\text{ράβδου}}/dt|=4,2 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Δ3

Κατά την περιστροφή δεν υπάρχουν τριβές, άρα διατηρείται η μηχανική ενέργεια. Ο δίσκος δεν μεταβάλλει τη βαρυτική δυναμική του ενέργεια, επειδή το κέντρο μάζας του είναι το O . Η ράβδος χαμηλώνει κατά $R\eta\mu\phi$.

$$\frac{1}{2} I_{\text{ολ}} \omega^2 = mgR\eta\mu\phi$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,40 \cdot \omega^2 = 3 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot (5/6)$$

$$0,20\omega^2 = 5 \Rightarrow \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$L_{\text{στερεού}} = I_{\text{ολ}} \omega = 0,40 \cdot 5 = 2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

Το μέτρο της στροφορμής του στερεού είναι $2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.

Δ4

Πριν κοπεί το νήμα, στο σώμα Σ ασκούνται βάρος m_1g προς τα κάτω, τάση T προς τα κάτω και δύναμη ελατηρίου προς τα πάνω. Από ισορροπία:

$$F_{\text{ελ,αρχ}} = m_1g + T = 1 \cdot 10 + 10 = 20 \text{ N}$$

$$K \cdot \Delta l_{\text{αρχ}} = 20 \Rightarrow \Delta l_{\text{αρχ}} = 20/100 = 0,20 \text{ m}$$

Μετά το κόψιμο του νήματος η νέα θέση ισορροπίας του σώματος καθορίζεται μόνο από το βάρος του:

$$K \cdot \Delta l_{\text{ισ}} = m_1g \Rightarrow \Delta l_{\text{ισ}} = 10/100 = 0,10 \text{ m}$$

Άρα τη στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται 0,10 m κάτω από τη νέα θέση ισορροπίας και έχει μηδενική ταχύτητα. Με θετική φορά προς τα πάνω:

$$y(0) = -0,10 \text{ m}, \quad v(0)=0$$

$$\omega = \sqrt{(K/m_1)} = \sqrt{(100/1)} = 10 \text{ rad/s}$$

$$y(t) = -0,10 \sin(10t)$$

$$v(t) = dy/dt = 1,0 \eta\mu(10t)$$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας είναι $v=\eta\mu(10t)$ στο S.I.

Δ5

Η ταχύτητα είναι:

$$v(t)=\eta\mu(10t)$$

Ζητείται η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν για δεύτερη φορά $|v|=0,6 \text{ m/s}$.

$$|\eta\mu(10t)| = 0,6$$

Στον πρώτο μισό κύκλο οι δύο πρώτες χρονικές στιγμές με $|v|=0,6$ είναι:

$$10t = \theta, \pi-\theta, \text{ όπου } \eta\mu\theta=0,6$$

Για τη δεύτερη φορά έχουμε $10t=\pi-\theta$. Επειδή $\eta\mu\theta=0,6$, ισχύει $\sin\theta=0,8$. Άρα:

$$\sin(\pi-\theta) = -\sin\theta = -0,8$$

$$y = -0,10 \sin(10t) = -0,10(-0,8) = +0,08 \text{ m}$$

Το σώμα βρίσκεται 0,08 m πάνω από τη νέα θέση ισορροπίας. Η επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας είναι 0,10 m, επομένως η τότε παραμόρφωση είναι:

$$\Delta l = 0,10 - 0,08 = 0,02 \text{ m}$$

Άρα η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$.