

Αναλυτικές λύσεις Φυσικής Κατεύθυνσης 2001

Απολυτήριες Εξετάσεις Γ' Λυκείου - Κανονικές 2001

ΘΕΜΑ 1ο

1. Εξίσωση ταχύτητας στην Α.Α.Τ.

Δίνεται $x = x_0 \eta\mu(\omega t)$. Η ταχύτητα είναι η παράγωγος της απομάκρυνσης ως προς τον χρόνο:

$$u = dx/dt = x_0 \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t)$$

Άρα σωστή απάντηση: γ.

2. Διπλασιασμός πλάτους ταλάντωσης

Για απλό αρμονικό ταλαντωτή ισχύουν:

$$E = 1/2 \cdot D \cdot A^2, \quad T = 2\pi/\omega, \quad u_{\max} = \omega A$$

Αν το πλάτος A διπλασιαστεί, η ενέργεια τετραπλασιάζεται και η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται. Η περίοδος δεν εξαρτάται από το πλάτος.

Άρα σωστή απάντηση: β.

3. RLC σειράς και μεταβολή συχνότητας

Σε κύκλωμα RLC σειράς με σταθερό πλάτος τάσης:

$$I_0 = V_0 / Z, \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$$

Για πολύ μικρή ω , ο όρος $1/(\omega C)$ είναι μεγάλος, άρα η ένταση είναι μικρή. Όσο η ω πλησιάζει τη συχνότητα συντονισμού, η σύνθετη αντίσταση μειώνεται και η ένταση αυξάνεται. Στον συντονισμό είναι μέγιστη. Μετά τον συντονισμό, ο όρος ωL μεγαλώνει και η ένταση μειώνεται.

Άρα σωστή απάντηση: γ.

4. Φάση τάσης πυκνωτή - έντασης

Στον πυκνωτή η ένταση προηγείται της τάσης κατά $\pi/2$. Άρα η τάση στα άκρα του πυκνωτή υστερεί της έντασης κατά $\pi/2$.

$$\phi_V - \phi_I = -\pi/2$$

Άρα σωστή απάντηση: β.

5. Αντιστοίχιση

Δίνονται:

$$V = 100 \eta\mu(50\pi t + \pi/3), \quad I = I_0 \eta\mu(50\pi t)$$

Από τη μορφή $V = V_0 \eta\mu(\omega t + \phi)$ έχουμε: $V_0 = 100 \text{ V}$, $\omega = 50\pi \text{ rad/s}$ και $\phi = \pi/3$. Η ενεργός τάση είναι $V_{\text{εν}} = V_0/\sqrt{2} = 100/\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \text{ V}$. Η συχνότητα είναι $f = \omega/(2\pi) = 25 \text{ Hz}$.

Μέγεθος	Τιμή	Αντιστοίχιση
α. Διαφορά φάσης	$\pi/3$	3
β. Πλάτος τάσης	100 V	1
γ. Κυκλική συχνότητα	50π rad/s	2
δ. Ενεργός τάση	50√2 V	5
ε. Συχνότητα	25 Hz	6

ΘΕΜΑ 2ο

1. Ενέργειες ταλάντωσης σώματος - ελατηρίου

α. Αναγνώριση καμπυλών

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:

$$U_{ελ} = 1/2 \cdot k \cdot (x - l_0)^2$$

Είναι παραβολή με ελάχιστη τιμή 0 στη θέση φυσικού μήκους $x = l_0$. Στο διάγραμμα αυτή είναι η καμπύλη I.

Η κινητική ενέργεια είναι:

$$K = E_{ολ} - U_{ελ}$$

Είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας $x = l_0$ και μηδενίζεται στις ακραίες θέσεις $l_0 - x_0$ και $l_0 + x_0$. Στο διάγραμμα αυτή είναι η καμπύλη II.

Άρα: καμπύλη I $\rightarrow$ δυναμική ενέργεια ελατηρίου, καμπύλη II $\rightarrow$ κινητική ενέργεια σώματος.

β. Ολική ενέργεια

Η ολική ενέργεια στην αμείωτη ταλάντωση διατηρείται σταθερή:

$$E_{ολ} = K + U_{ελ} = 1/2 \cdot k \cdot x_0^2 = \text{σταθερή}$$

Στο διάγραμμα E-x παριστάνεται με οριζόντια ευθεία στο ύψος της μέγιστης δυναμικής ενέργειας και της μέγιστης κινητικής ενέργειας.

2. Επαγωγή σε ανοικτό και κλειστό δακτύλιο

A. Επαγωγική τάση

Καθώς ο μαγνήτης πλησιάζει τους δακτυλίους, η μαγνητική ροή μέσα από κάθε δακτύλιο μεταβάλλεται. Σύμφωνα με τον νόμο Faraday, αναπτύσσεται επαγωγική τάση όπου υπάρχει μεταβολή μαγνητικής ροής, ανεξάρτητα από το αν το κύκλωμα είναι ανοικτό ή κλειστό.

Άρα επαγωγική τάση αναπτύσσεται και στους δύο δακτυλίους. Σωστή απάντηση: γ.

B. Επαγωγικό ρεύμα

Για να υπάρξει επαγωγικό ρεύμα χρειάζεται κλειστό αγωγίμο κύκλωμα. Ο δακτύλιος A είναι ανοικτός, άρα δεν μπορεί να διαρρέει ρεύμα. Ο δακτύλιος B είναι κλειστός, άρα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.

Άρα επαγωγικό ρεύμα διαρρέει μόνο τον B. Σωστή απάντηση: β.

ΘΕΜΑ 3ο

Δεδομένα: $E_1 = 5 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $l = 0,5 \text{ m}$, $R = 0,25 \Omega$, $B = 1 \text{ T}$.

A. Υπολογισμός της ΗΕΔ E_2

Με κλειστό τον Δ_1 και ανοικτό τον Δ_2 , το γαλβανόμετρο δείχνει μηδέν όταν ο δρομέας δ βρίσκεται στο μέσο της ΑΓ. Άρα η πτώση τάσης από το άκρο Γ μέχρι το μέσο είναι ίση με την ΗΕΔ της δεύτερης πηγής.

$$E_2 = E_1/2 = 5/2 = 2,5 \text{ V}$$

Επομένως $E_2 = 2,5 \text{ V}$.

B1. Οριακή ταχύτητα του αγωγού ΚΛ

Όταν κλείσει ο Δ_2 , η πηγή E_2 τροφοδοτεί το κύκλωμα και ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα. Η μαγνητική δύναμη τον επιταχύνει. Καθώς κινείται, εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ:

$$E_{\text{επ}} = B \cdot l \cdot u$$

Η επαγωγική ΗΕΔ αντιτίθεται στην πηγή. Το ρεύμα είναι:

$$I = (E_2 - B \cdot l \cdot u) / (R + r)$$

Στην οριακή ταχύτητα η επιτάχυνση μηδενίζεται, άρα η μαγνητική δύναμη μηδενίζεται και επομένως $I = 0$.

$$E_2 - B \cdot l \cdot u_{\text{ορ}} = 0 \Rightarrow u_{\text{ορ}} = E_2 / (B \cdot l)$$

$$u_{\text{ορ}} = 2,5 / (1 \cdot 0,5) = 5 \text{ m/s}$$

Άρα η οριακή ταχύτητα είναι $u_{\text{ορ}} = 5 \text{ m/s}$.

B2. Τάση στα άκρα του αγωγού για $u = u_{\text{ορ}}/2$

Για $u = u_{\text{ορ}}/2 = 2,5 \text{ m/s}$ η επαγωγική ΗΕΔ είναι:

$$E_{\text{επ}} = B \cdot l \cdot u = 1 \cdot 0,5 \cdot 2,5 = 1,25 \text{ V}$$

Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I = (E_2 - E_{\text{επ}}) / (R + r) = (2,5 - 1,25) / (0,25 + 1) = 1 \text{ A}$$

Η τάση στα άκρα του κινούμενου αγωγού ισούται με την πολική τάση του κλάδου, δηλαδή:

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{επ}} + I \cdot R = 1,25 + 1 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ V}$$

Ισοδύναμα, από την πηγή: $V_{\text{ΚΛ}} = E_2 - I \cdot r = 2,5 - 1 \cdot 1 = 1,5 \text{ V}$.

Άρα $V_{\text{ΚΛ}} = 1,5 \text{ V}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δεδομένα: $R = 40 \Omega$, $L = 0,16 \text{ H}$, $V = 160\sqrt{2} \text{ ημ}625\text{t}$. Άρα $V_0 = 160\sqrt{2} \text{ V}$, $V_{\text{εν}} = 160 \text{ V}$ και $\omega = 625 \text{ rad/s}$.

A1. Ενεργός τιμή της έντασης

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη R είναι:

$$P_R = I_{\text{εν}}^2 \cdot R$$

$$160 = I_{\text{εν}}^2 \cdot 40 \Rightarrow I_{\text{εν}}^2 = 4 \Rightarrow I_{\text{εν}} = 2 \text{ A}$$

Άρα $I_{\text{εν}} = 2 \text{ A}$.

A2. Ωμική αντίσταση του πηνίου

Η διαφορά φάσης τάσης-έντασης είναι μηδέν, άρα το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό. Τότε η σύνθετη αντίσταση είναι καθαρά ωμική:

$$Z = R + r_{\pi}$$

Από τον νόμο του Ohm για ενεργές τιμές:

$$Z = V_{\text{εν}} / I_{\text{εν}} = 160 / 2 = 80 \Omega$$

$$R + r_{\pi} = 80 \Rightarrow 40 + r_{\pi} = 80 \Rightarrow r_{\pi} = 40 \Omega$$

Άρα η ωμική αντίσταση του πηνίου είναι $r_{\pi} = 40 \Omega$.

A3. Πλάτη τάσεων και ανυσματικό διάγραμμα

Το πλάτος της έντασης είναι:

$$I_0 = I_{\text{eff}}\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

Στον συντονισμό ισχύει $X_L = X_C$. Η επαγωγική αντίσταση είναι:

$$X_L = \omega L = 625 \cdot 0,16 = 100 \Omega$$

Άρα $X_C = 100 \Omega$.

Πλάτος τάσης στον αντιστάτη R:

$$V_{R0} = I_0 R = 2\sqrt{2} \cdot 40 = 80\sqrt{2} \text{ V}$$

Πλάτος τάσης στο επαγωγικό μέρος του πηνίου:

$$V_{L0} = I_0 X_L = 2\sqrt{2} \cdot 100 = 200\sqrt{2} \text{ V}$$

Πλάτος τάσης στο ωμικό μέρος του πηνίου:

$$V_{r0} = I_0 r = 2\sqrt{2} \cdot 40 = 80\sqrt{2} \text{ V}$$

Πλάτος τάσης στον πυκνωτή:

$$V_{C0} = I_0 X_C = 2\sqrt{2} \cdot 100 = 200\sqrt{2} \text{ V}$$

Αν ζητηθεί η τάση στα άκρα ολόκληρου του πηνίου, επειδή το πηνίο έχει και ωμική αντίσταση και αυτεπαγωγή:

$$V_{\text{πηνίου},0} = \sqrt{(V_{r0})^2 + (V_{L0})^2} = \sqrt{(80\sqrt{2})^2 + (200\sqrt{2})^2} = 40\sqrt{58} \text{ V}$$

Στο ανυσματικό διάγραμμα: οι τάσεις V_{R0} και V_{r0} είναι συμφασικές με το ρεύμα, η V_{L0} προηγείται κατά $\pi/2$ και η V_{C0} υστερεί κατά $\pi/2$. Επειδή $V_{L0} = V_{C0}$, οι κατακόρυφες συνιστώσες αλληλοαναιρούνται και η ολική τάση είναι:

$$V_0 = V_{R0} + V_{r0} = 80\sqrt{2} + 80\sqrt{2} = 160\sqrt{2} \text{ V}$$

B. Απόδειξη σχέσης για C_1 και C_2

Για κάθε τιμή της χωρητικότητας, η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι:

$$I = V / Z$$

Αφού η ένδειξη είναι ίδια για C_1 και C_2 και η τάση της πηγής σταθερή, οι αντίστοιχες σύνθετες αντιστάσεις έχουν ίσα μέτρα:

$$Z_1 = Z_2$$

Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις, άρα:

$$(\omega L - 1/(\omega C_1))^2 = (\omega L - 1/(\omega C_2))^2$$

Εφόσον C_1 και C_2 είναι διαφορετικές τιμές, δεν παίρνουμε την ίδια αλγεβρική ποσότητα αλλά αντίθετες:

$$\omega L - 1/(\omega C_1) = -\omega L + 1/(\omega C_2)$$

Άρα:

$$2\omega L = 1/(\omega C_1) + 1/(\omega C_2)$$

$$1/C_1 + 1/C_2 = 2\omega^2 L$$

Αποδείχθηκε η ζητούμενη σχέση.