

Αναλυτικές λύσεις Φυσικής Πανελλήνιες 2002 - Κανονικές

Θετική και Τεχνολογική Κατεύθυνση

ΘΕΜΑ 1ο

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Σωστή απάντηση: β. 20 Hz.

Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβές το πλάτος γίνεται μέγιστο στον συντονισμό, δηλαδή όταν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

$$f_0 = f_0 = 20 \text{ Hz}$$

2. Σωστή απάντηση: γ. 2T.

Η περίοδος ηλεκτρικής ταλάντωσης σε ιδανικό κύκλωμα LC είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Αν η χωρητικότητα γίνει $C' = 4C$, τότε:

$$T' = 2\pi\sqrt{L \cdot 4C} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{LC} = 2T$$

3. Σωστή απάντηση: β. $\lambda/2$.

Σε στάσιμο κύμα η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι μισό μήκος κύματος.

$$\text{αδесμών} = \lambda/2$$

4. Σωστή απάντηση: γ. $F = -D \cdot x$.

Στην απλή αρμονική ταλάντωση η συνισταμένη δύναμη είναι δύναμη επαναφοράς. Έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας και είναι αντίθετη της απομάκρυνσης.

$$\Sigma F = -D x$$

Συμπλήρωση κενών

5α. Δεν μεταφέρεται ύλη.

5β. Τα σημεία ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης.

5γ. Η αιτία δημιουργίας ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

5δ. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής.

5ε. Μη αδρανειακό είναι σύστημα αναφοράς που επιταχύνεται σε σχέση με αδρανειακό σύστημα.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Διάθλαση από πυκνότερο σε αραιότερο μέσο

A. Η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια.

Το φως περνά από μέσο Α με n_A σε μέσο Β με n_B , όπου $n_B < n_A$. Άρα περνά από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο. Εφόσον η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης, υπάρχει διάθλαση και δεν έχουμε ολική ανάκλαση.

B. Μεγαλύτερη είναι η γωνία διαθλάσεως.

Από τον νόμο του Snell:

$$n_A \eta_{\mu\theta\pi} = n_B \eta_{\mu\theta\delta}$$

Επειδή $n_A > n_B$, πρέπει να ισχύει:

$$\eta_{\mu\theta\delta} > \eta_{\mu\theta\pi} \Rightarrow \theta_{\delta} > \theta_{\pi}$$

Άρα η ακτίνα διαθλάται απομακρυνόμενη από την κάθετη.

2. Παιδί που μετακινείται προς το κέντρο περιστρεφόμενου δίσκου

Σωστή απάντηση: β. Ο δίσκος θα περιστρέφεται πιο γρήγορα.

Στο σύστημα δίσκος - παιδί δεν ασκείται εξωτερική ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής. Επομένως διατηρείται η στροφορμή:

$$L = I\omega = \text{σταθερό}$$

Όταν το παιδί μετακινείται από την περιφέρεια προς το κέντρο, η απόστασή του από τον άξονα μικραίνει. Άρα μειώνεται η ροπή αδράνειας του συστήματος.

$$I_{\text{τελ}} < I_{\text{αρχ}}$$

Για να μείνει σταθερό το γινόμενο $I\omega$, η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται:

$$I_{\text{αρχ}}\omega_{\text{αρχ}} = I_{\text{τελ}}\omega_{\text{τελ}} \Rightarrow \omega_{\text{τελ}} > \omega_{\text{αρχ}}$$

3. Κεντρική ελαστική κρούση ίσων μαζών

Έστω ότι η πρώτη σφαίρα μάζας m έχει αρχική ταχύτητα u_1 και η δεύτερη, ίσης μάζας, είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι ταχύτητες είναι u_1' και u_2' .

Από τη διατήρηση της ορμής:

$$mu_1 = mu_1' + mu_2' \Rightarrow u_1 = u_1' + u_2' \quad (1)$$

Από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας, επειδή η κρούση είναι ελαστική:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mu_1^2 &= \frac{1}{2} mu_1'^2 + \frac{1}{2} mu_2'^2 \\ u_1^2 &= u_1'^2 + u_2'^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Από την (1):

$$u_1 = u_1' + u_2'$$

Υψώνουμε στο τετράγωνο:

$$u_1^2 = u_1'^2 + 2u_1'u_2' + u_2'^2$$

Συγκρίνουμε με την (2):

$$u_1'^2 + 2u_1'u_2' + u_2'^2 = u_1'^2 + u_2'^2$$

$$2u_1'u_2' = 0$$

Η λύση $u_2' = 0$ θα σήμαινε ότι δεν έγινε ουσιαστικά κρούση. Άρα:

$$u_1' = 0$$

Από την (1):

$$u_2' = u_1$$

Άρα: στην κεντρική ελαστική κρούση δύο ίσων μαζών, όπου η δεύτερη είναι αρχικά ακίνητη, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες:

$$u_1' = 0, \quad u_2' = u_1$$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η ταλάντωση της πηγής Ο:

$$y = 0,05 \sin(8\pi t) \quad (\text{SI})$$

Άρα:

$$A = 0,05 \text{ m}, \quad \omega = 8\pi \text{ rad/s}$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

$$u_\delta = 20 \text{ m/s}$$

α. Περίοδος ταλάντωσης

Η γωνιακή συχνότητα συνδέεται με την περίοδο με τη σχέση:

$$\omega = 2\pi/T$$

Άρα:

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/(8\pi) = 1/4 \text{ s}$$

Απάντηση: Ο χρόνος για μία πλήρη ταλάντωση είναι $T = 0,25 \text{ s}$.

β. Μήκος κύματος

Πρώτα βρίσκουμε τη συχνότητα:

$$f = 1/T = 1/(0,25) = 4 \text{ Hz}$$

Για το μήκος κύματος:

$$u_\delta = \lambda f \Rightarrow \lambda = u_\delta/f = 20/4 = 5 \text{ m}$$

Απάντηση: Το μήκος κύματος είναι $\lambda = 5 \text{ m}$.

γ. Εξίσωση κύματος

Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x , άρα η εξίσωση έχει μορφή:

$$y = A \eta \mu(\omega t - kx)$$

Ο κυματικός αριθμός είναι:

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/5 \text{ rad/m}$$

Επομένως:

$$y = 0,05 \eta \mu(8\pi t - (2\pi/5)x) \text{ (SI)}$$

Ισοδύναμα:

$$y = 0,05 \eta \mu[2\pi(4t - x/5)] \text{ (SI)}$$

δ. Μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης σημείου της χορδής

Η μέγιστη ταχύτητα στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

$$u_{\max} = \omega A$$

Άρα:

$$u_{\max} = 8\pi \cdot 0,05 = 0,4\pi \text{ m/s}$$

Απάντηση: Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι $u_{\max} = 0,4\pi \text{ m/s} \approx 1,26 \text{ m/s}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται δύο ίδιες ομογενείς ράβδοι με:

$$M = 4 \text{ kg}, \quad L = 1,5 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

Για κάθε ράβδο:

$$I_{\text{cm}} = (1/12)ML^2$$

Ο άξονας περιστροφής περνά από το άκρο Ο κάθε ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο των ράβδων.

A. Ροπή αδράνειας κάθε ράβδου ως προς τον άξονα από το Ο

Χρησιμοποιούμε το θεώρημα Steiner:

$$I_O = I_{\text{cm}} + M d^2$$

Η απόσταση του κέντρου μάζας από το άκρο Ο είναι:

$$d = L/2$$

Άρα:

$$I_O = (1/12)ML^2 + M(L/2)^2$$

$$I_O = (1/12)ML^2 + (1/4)ML^2 = (1/3)ML^2$$

Αριθμητικά:

$$I_O = (1/3) \cdot 4 \cdot (1,5)^2 = (4 \cdot 2,25)/3 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Απάντηση: Η ροπή αδράνειας κάθε ράβδου ως προς τον άξονα που περνά από το Ο είναι $I_O = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Για το σύστημα των δύο ράβδων:

$$I_{O\lambda} = 2IO = 6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Β. Γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή της εκκίνησης

Τη στιγμή της εκκίνησης η ράβδος OA είναι οριζόντια. Το βάρος της ασκεί ροπή ως προς το O. Το κέντρο μάζας της απέχει $L/2$ από το O, άρα:

$$\tau_A = Mg \cdot L/2$$

Η άλλη ράβδος είναι κατακόρυφη, οπότε η γραμμή δράσης του βάρους της περνά από τον άξονα περιστροφής και η ροπή της είναι μηδενική.

$$\tau_B = 0$$

Άρα η συνολική ροπή στην αρχική θέση είναι:

$$\tau_{O\lambda} = Mg \cdot L/2 = 4 \cdot 10 \cdot 0,75 = 30 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης:

$$\Sigma \tau = I_{O\lambda} \alpha$$

Επομένως:

$$\alpha = \tau / I_{O\lambda} = 30 / 6 = 5 \text{ rad/s}^2$$

Απάντηση: Το μέτρο της αρχικής γωνιακής επιτάχυνσης είναι $\alpha = 5 \text{ rad/s}^2$.

Γα. Γωνιακή ταχύτητα όταν οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο

Όταν οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Ox και μεταξύ τους έχουν ορθή γωνία, καθεμία σχηματίζει γωνία 45° με την κατακόρυφο.

Εφαρμόζουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας, επειδή δεν υπάρχουν τριβές.

Αρχική θέση:

- Η ράβδος OA είναι οριζόντια, άρα το κέντρο μάζας της δεν έχει κατακόρυφη κάθοδο από το O.
- Η ράβδος OB είναι κατακόρυφη, άρα το κέντρο μάζας της βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση $L/2$ από το O.

Τελική θέση: κάθε κέντρο μάζας βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση:

$$(L/2) \sin 45^\circ = 0,75 \cdot 0,7 = 0,525 \text{ m}$$

Μετράμε την κατακόρυφη απόσταση προς τα κάτω. Η μεταβολή του αθροίσματος των κατακόρυφων αποστάσεων των δύο κέντρων μάζας είναι:

$$\Delta h_{\text{κάτω}} = 0,525 + 0,525 - 0 - 0,75 = 0,30 \text{ m}$$

Άρα η απώλεια βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι:

$$\Delta U_{\text{απώλεια}} = Mg \cdot 0,30 = 4 \cdot 10 \cdot 0,30 = 12 \text{ J}$$

Αυτή γίνεται περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος:

$$\frac{1}{2} I_{O\lambda} \omega^2 = 12$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \omega^2 = 12$$

$$3\omega^2 = 12 \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

Απάντηση: Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας είναι $\omega = 2 \text{ rad/s}$.

Γβ. Στροφορμή κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής

Η στροφορμή κάθε ράβδου ως προς τον άξονα που περνά από το Ο είναι:

$$L_p = IO\omega$$

Με $IO = 3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ και $\omega = 2 \text{ rad/s}$:

$$L_p = 3 \cdot 2 = 6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

Απάντηση: Το μέτρο της στροφορμής κάθε ράβδου είναι $6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.