

Φυσική Κατεύθυνσης - Κανονικές Εξετάσεις 2006

Αναλυτικές Λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

1. Εξαναγκασμένες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

Σωστή απάντηση: δ.

Στον συντονισμό, δηλαδή όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, η μεταφορά ενέργειας προς το κύκλωμα γίνεται με τον βέλτιστο τρόπο. Το πλάτος του ρεύματος δεν είναι γενικά ανεξάρτητο της συχνότητας.

2. Ολική ανάκλαση

Σωστή απάντηση: β.

Στην ολική ανάκλαση δεν υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα. Ισχύει όμως πάντοτε ο νόμος της ανάκλασης: η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης. Επίσης η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία.

3. Στάσιμο κύμα

Σωστή απάντηση: γ.

Σε στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσου διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους, αλλά δεν έχουν ίδιο πλάτος. Οι δεσμοί έχουν μηδενικό πλάτος, ενώ οι κοιλίες μέγιστο.

4. Διακροτήματα

Σωστή απάντηση: α.

Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους A και παραπλήσιων συχνοτήτων, το πλάτος μεταβάλλεται χρονικά από 0 έως $2A$. Άρα το μέγιστο πλάτος είναι $2A$.

5. Σωστό - Λάθος

Πρόταση	Απάντηση	Σύντομη αιτιολόγηση
α	Σωστό	Το Doppler αξιοποιείται στην ιατρική, π.χ. στη μελέτη ροής αίματος.
β	Λάθος	Στις κρούσεις διατηρείται η ορμή, εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο. Στις ανελαστικές δεν διατηρείται η κινητική ενέργεια.
γ	Λάθος	Σύμφωνα με την επαλληλία, η συνεισφορά κάθε κύματος είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου.
δ	Λάθος	Η συχνότητα μένει ίδια, αλλά το μήκος κύματος μεταβάλλεται όταν αλλάζει το μέσο διάδοσης.
ε	Σωστό	Η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Παρατηρητής που εκτελεί Α.Α.Τ. και φαινόμενο Doppler

Σωστή απάντηση: α.

Η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής κινείται πάνω στην ίδια ευθεία. Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται είναι μεγαλύτερη όταν ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή και είναι μέγιστη όταν το μέτρο της ταχύτητάς του είναι μέγιστο.

Στην απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα έχει μέγιστο μέτρο στη θέση ισορροπίας Ο. Άρα η συχνότητα είναι μέγιστη όταν ο παρατηρητής βρίσκεται στη θέση Ο και κινείται προς την πηγή.

2. Μεταβολή πυκνωτή σε ιδανικό κύκλωμα LC

Σωστή απάντηση: γ, δηλαδή $Q_2 = 2Q_1$.

Στο κύκλωμα LC_1 η αρχική ενέργεια είναι:

$$E = Q_1^2 / (2C_1).$$

Τη στιγμή $t_1 = 5T/4$, η κατάσταση είναι ίδια ως προς την ενέργεια με τη στιγμή $T/4$: το φορτίο του πυκνωτή C_1 είναι μηδέν και όλη η ενέργεια βρίσκεται στο πηνίο.

Όταν ανοίγει ο Δ_1 και κλείνει ο Δ_2 , η ίδια ενέργεια γίνεται μέγιστη ηλεκτρική ενέργεια στον πυκνωτή C_2 :

$$Q_2^2 / (2C_2) = Q_1^2 / (2C_1).$$

Επειδή $C_2 = 4C_1$:

$$Q_2^2 / (2 \cdot 4C_1) = Q_1^2 / (2C_1) \Rightarrow Q_2^2 = 4Q_1^2 \Rightarrow Q_2 = 2Q_1.$$

3. Συμβολή δύο σύγχρονων πηγών

Σωστή απάντηση: β, δηλαδή $A' = 0$.

Οι δύο πηγές ταλαντώνονται με ίδια εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$, άρα είναι σύγχρονες και σε φάση. Για σημείο Σ της ευθείας έξω από το τμήμα ΚΛ, η διαφορά δρόμων είναι ίση με την απόσταση των πηγών:

$$\Delta r = KL = 6 \text{ cm}.$$

Με $\lambda = 4 \text{ cm}$ έχουμε:

$$\Delta r / \lambda = 6/4 = 3/2.$$

Άρα $\Delta r = (2N+1)\lambda/2$ για $N = 1$. Έχουμε καταστροφική συμβολή, οπότε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου είναι μηδέν.

4. Ταχύτητα σημείου κυλιόμενου δίσκου

Σωστή απάντηση: β, δηλαδή $u_B = 3ucm/2$.

Ο δίσκος κυλίνει χωρίς ολίσθηση, άρα:

$$ucm = \omega R.$$

Το σημείο Β απέχει από το κέντρο Κ απόσταση $R/2$ πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο. Η ταχύτητά του είναι διανυσματικό άθροισμα της μεταφορικής ταχύτητας του κέντρου μάζας και της ταχύτητας λόγω περιστροφής.

Για κύλιση προς τα δεξιά, στο σημείο Β η περιστροφική ταχύτητα έχει επίσης φορά προς τα δεξιά και μέτρο:

$$u_{\text{περ}} = \omega(R/2) = ucm/2.$$

Επομένως:

$$u_B = ucm + ucm/2 = 3ucm/2.$$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται: $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N/m}$, αρχική συσπείρωση $A = 0,2 \text{ m}$. Η κρούση γίνεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, δηλαδή στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 .

α. Ταχύτητα του Σ_1 λίγο πριν την κρούση

Πριν την κρούση το Σ_1 εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους $A = 0,2 \text{ m}$. Η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\omega = \sqrt{k/m_1} = \sqrt{(100/1)} = 10 \text{ rad/s.}$$

Στη θέση ισορροπίας η ταχύτητα έχει μέγιστο μέτρο:

$$u_1 = \omega A = 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ m/s.}$$

Άρα λίγο πριν την κρούση: $u_1 = +2 \text{ m/s}$.

β. Ταχύτητες αμέσως μετά την ελαστική κρούση

Το Σ_2 αρχικά ηρεμεί: $u_2 = 0$. Για κεντρική ελαστική κρούση με το δεύτερο σώμα αρχικά ακίνητο:

$$u_1' = [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)] u_1$$

$$u_2' = [2m_1/(m_1 + m_2)] u_1$$

Άρα:

$$u_1' = [(1 - 3)/(1 + 3)] \cdot 2 = (-2/4) \cdot 2 = -1 \text{ m/s}$$

$$u_2' = [2 \cdot 1/(1 + 3)] \cdot 2 = (2/4) \cdot 2 = +1 \text{ m/s}$$

Το Σ_1 ανακλάται προς τα αριστερά, ενώ το Σ_2 κινείται προς τα δεξιά.

γ. Απομάκρυνση του Σ_1 μετά την κρούση

Με αρχή χρόνων τη στιγμή της κρούσης, το Σ_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας:

$$x(0) = 0.$$

Αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα:

$$u(0) = -1 \text{ m/s.}$$

Η νέα ταλάντωση έχει την ίδια γωνιακή συχνότητα $\omega = 10 \text{ rad/s}$. Για $x(t) = A' \eta\mu(\omega t + \phi)$:

$$x(0)=0 \text{ και } u(0)<0, \text{ άρα επιλέγουμε } x(t) = -A' \eta\mu(\omega t).$$

Από το μέγιστο μέτρο ταχύτητας:

$$u_{\max} = \omega A' \Rightarrow A' = 1/10 = 0,1 \text{ m.}$$

Επομένως:

$$x_1(t) = -0,1 \eta\mu(10t) \text{ (S.I.)}$$

δ. Απόσταση των σωμάτων όταν το Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά

Το Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία στα άκρα της ταλάντωσης. Μετά την κρούση:

$$x_1(t) = -0,1 \eta\mu(10t).$$

Πρώτη ακινητοποίηση: $10t = \pi/2$. Δεύτερη ακινητοποίηση: $10t = 3\pi/2$.

Άρα:

$$t_2 = 3\pi/20 \text{ s} = 3 \cdot 3,14/20 = 0,471 \text{ s.}$$

Τη στιγμή αυτή:

$$x_1 = +0,1 \text{ m.}$$

Το Σ_2 κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα $+1 \text{ m/s}$, άρα:

$$x_2 = v_2 \cdot t_2 = 1 \cdot 0,471 = 0,471 \text{ m.}$$

Η απόσταση των σωμάτων είναι:

$$d = x_2 - x_1 = 0,471 - 0,1 = 0,371 \text{ m.}$$

Άρα $d = 0,371 \text{ m}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται: $M = 3 \text{ kg}$, $F = 9 \text{ N}$, $R_1 = 0,1 \text{ m}$, $R_2 = 0,2 \text{ m}$, $I = 0,09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $m = 1 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. Κατακόρυφη δύναμη στο σημείο B

Η ράβδος ισορροπεί. Παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση A, ώστε η δύναμη της άρθρωσης να μη δίνει ροπή.

Το σημείο B απέχει από το Γ απόσταση $\ell/4$, άρα:

$$AB = 3\ell/4.$$

Το βάρος της ράβδου δρα στο μέσο της, σε απόσταση $\ell/2$ από το A:

$$W = Mg = 3 \cdot 10 = 30 \text{ N.}$$

Ισορροπία ροπών ως προς A:

$$NB \cdot (3\ell/4) = W \cdot (\ell/2) + F \cdot \ell$$

$$NB \cdot (3/4) = 30/2 + 9 = 15 + 9 = 24$$

$$NB = 24 \cdot 4/3 = 32 \text{ N.}$$

Άρα η κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο B από το στερεό είναι 32 N προς τα πάνω.

β. Στατική τριβή μεταξύ ράβδου και στερεού

Αφού το σώμα μάζας m ισορροπεί:

$$T = mg = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N.}$$

Η τάση του νήματος ασκεί ροπή στο στερεό ως προς τον άξονά του:

$$\tau T = T R_1.$$

Η στατική τριβή στο σημείο επαφής με τη ράβδο ασκεί αντίθετη ροπή:

$$\tau r = f R_2.$$

Για ισορροπία του στερεού:

$$f R_2 = T R_1 \Rightarrow f = T R_1 / R_2 = 10 \cdot 0,1 / 0,2 = 5 \text{ N.}$$

Άρα η στατική τριβή έχει μέτρο 5 N .

γ. Ταχύτητα του σώματος όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα $0,5 \text{ m}$

Μετά τη λήψανση η τριβή μηδενίζεται. Η κάθετη δύναμη από τη ράβδο διέρχεται από τον άξονα του στερεού και δεν δίνει ροπή ως προς αυτόν. Το σύστημα σώμα m - στερεό ξεκινά από ηρεμία.

Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, άρα:

$$v = \omega R_1 \Rightarrow \omega = v / R_1.$$

Με διατήρηση μηχανικής ενέργειας για κατακόρυφη κάθοδο $h = 0,5 \text{ m}$:

$$mgh = (1/2)mv^2 + (1/2)I\omega^2$$

$$mgh = (1/2)mu^2 + (1/2)I(u^2/R_1^2)$$

$$1 \cdot 10 \cdot 0,5 = (1/2) \cdot 1 \cdot u^2 + (1/2) \cdot 0,09 \cdot u^2 / (0,1)^2$$

$$5 = 0,5u^2 + 0,5 \cdot 9u^2 = 5u^2$$

$$u^2 = 1 \Rightarrow u = 1 \text{ m/s.}$$

δ. Ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό

Ο ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό είναι η ισχύς της δύναμης που του ασκεί το νήμα. Πρέπει πρώτα να βρούμε την τάση T κατά την κίνηση.

Για το σώμα m :

$$mg - T = ma.$$

Για το στερεό:

$$TR_1 = I\alpha.$$

Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει:

$$a = \alpha R_1 \Rightarrow \alpha = a/R_1.$$

Άρα:

$$TR_1 = I(a/R_1) \Rightarrow T = Ia/R_1^2.$$

$$\text{Με } I/R_1^2 = 0,09/0,01 = 9 \text{ έχουμε:}$$

$$T = 9a.$$

Στην εξίσωση του σώματος:

$$10 - 9a = a \Rightarrow 10 = 10a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2.$$

Άρα:

$$T = 9 \text{ N.}$$

Τη στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα $0,5 \text{ m}$, από το προηγούμενο ερώτημα $u = 1 \text{ m/s}$. Η ισχύς της τάσης στο στερεό είναι:

$$P = Tu = 9 \cdot 1 = 9 \text{ W.}$$

Άρα ο ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό είναι 9 W .