

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2008

Αναλυτικές λύσεις

ΘΕΜΑ 1ο

1. Πολλαπλής επιλογής

- 1 → δ. Τα δύο άκρα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, ως προς τα μήκη κύματος, είναι οι ακτίνες γ και τα ραδιοφωνικά κύματα.
- 2 → α. Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- 3 → γ. Για $f_1=5$ Hz και $f_2=10$ Hz το πλάτος είναι ίδιο, άρα η συχνότητα συντονισμού βρίσκεται ανάμεσα στις δύο τιμές. Από τις δοθείσες τιμές, η 8 Hz είναι η πλησιέστερη στην περιοχή του συντονισμού.
- 4 → δ. Στην Α.Α.Τ. η ταχύτητα είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας, όπου η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν.

5. Σωστό / Λάθος

- α → Λάθος. Το διαμάντι λαμποκοπά λόγω ολικής ανάκλασης. Αυτό ευνοείται από μικρή κρίσιμη γωνία, όχι από μεγάλη.
- β → Λάθος. Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από τη θέση και τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής.
- γ → Λάθος. Η σχέση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - \text{σταθ.})$ δίνει χρονική γραφική παράσταση σε σταθερό σημείο. Στιγμιότυπο κύματος έχουμε όταν ο χρόνος είναι σταθερός και μεταβάλλεται η θέση x .
- δ → Σωστό. Εγκάρσια μηχανικά κύματα δεν διαδίδονται στα αέρια, επειδή τα αέρια δεν εμφανίζουν ελαστικότητα διάτμησης.
- ε → Σωστό. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της περιφοράς της γύρω από τον Ήλιο.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Δείκτης διάθλασης

Σωστή απάντηση: β. $n=1,5$.

Η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$E = 100\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{12}t - 6 \cdot 10^4x)$$

Συγκρίνουμε με τη μορφή $E=E_0\eta\mu 2\pi(ft-x/\lambda)$. Άρα:

$$f = 12 \cdot 10^{12} \text{ Hz}, \quad 1/\lambda = 6 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = 1/(6 \cdot 10^4) \text{ m}$$

Η ταχύτητα διάδοσης στο υλικό είναι:

$$v = \lambda f = (1/(6 \cdot 10^4)) \cdot 12 \cdot 10^{12} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Ο δείκτης διάθλασης είναι:

$$n = c/v = (3 \cdot 10^8)/(2 \cdot 10^8) = 1,5$$

2. Ενέργειες σε κύκλωμα LC

Σωστή απάντηση: α. $1/8$.

Στον πυκνωτή η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου είναι ανάλογη του q^2 :

$$U_E = q^2/(2C), \quad U_{\text{ολ}} = Q^2/(2C)$$

Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου είναι το υπόλοιπο της ολικής ενέργειας:

$$U_B = U_{\text{ολ}} - U_E = (Q^2 - q^2)/(2C)$$

Άρα:

$$U_E/U_B = q^2/(Q^2 - q^2)$$

Για $q=Q/3$:

$$U_E/U_B = (Q^2/9)/(Q^2 - Q^2/9) = (1/9)/(8/9) = 1/8$$

3. Διακροτήματα

Σωστή απάντηση: γ. 0,5 s.

Οι δύο ταλαντώσεις έχουν γωνιακές συχνότητες:

$$\omega_1 = 998\pi \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 1002\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 4\pi \text{ rad/s}$$

Το πλάτος της ιδιόμορφης ταλάντωσης μεταβάλλεται όπως:

$$A\delta = 2A |\sin(\Delta\omega \cdot t/2)| = 0,4 |\sin(2\pi t)|$$

Μηδενισμοί έχουμε όταν $\sin(2\pi t)=0$. Δύο διαδοχικοί μηδενισμοί απέχουν χρονικά:

$$\Delta t = \pi/\Delta\omega = \pi/(2\pi) = 0,5 \text{ s}$$

ΘΕΜΑ 3ο

Δεδομένα: $L=4 \text{ m}$, $M=2 \text{ kg}$, $m=2,5 \text{ kg}$, $r=0,2 \text{ m}$, $F=7 \text{ N}$, $g=10 \text{ m/s}^2$, $AK=L/4$, $AG=3L/4$.

α. Δύναμη του νήματος στη ράβδο

Η ράβδος ισορροπεί. Παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση Α, ώστε οι δυνάμεις της άρθρωσης να μη δώσουν ροπή.

Στη ράβδο ασκούνται: το βάρος Mg στο μέσο της Ο, η δύναμη του νήματος T στο Κ και η κατακόρυφη δύναμη από τη σφαίρα ίση με mg στο Γ.

$$T \cdot (L/4) = Mg \cdot (L/2) + mg \cdot (3L/4)$$

$$T = 2Mg + 3mg$$

$$T = 2 \cdot 2 \cdot 10 + 3 \cdot 2,5 \cdot 10 = 40 + 75 = 115 \text{ N}$$

Άρα το μέτρο της δύναμης του νήματος είναι $T=115 \text{ N}$.

β. Επιτάχυνση κέντρου μάζας της σφαίρας

Η δύναμη F ασκείται στο κέντρο μάζας. Για να κυλίεται η σφαίρα χωρίς ολίσθηση, η στατική τριβή f έχει φορά προς τα αριστερά και δημιουργεί τη ροπή περιστροφής.

$$F - f = ma$$

$$f \cdot r = I \cdot \alpha$$

$$I = (2/5)mr^2, \quad \alpha = a/r$$

Άρα:

$$f \cdot r = (2/5)mr^2 \cdot (a/r) \Rightarrow f = (2/5)ma$$

$$F - (2/5)ma = ma \Rightarrow F = (7/5)ma$$

$$a = 5F/(7m) = 5 \cdot 7 / (7 \cdot 2,5) = 2 \text{ m/s}^2$$

γ. Ταχύτητα όταν φθάσει στο Β

Η σφαίρα ξεκινά από το Γ και φθάνει στο Β. Η απόσταση είναι:

$$s = GB = L/4 = 1 \text{ m}$$

Με αρχική ταχύτητα μηδέν και σταθερή επιτάχυνση:

$$v^2 = 2as = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

δ. Στροφορμή της σφαίρας όταν φθάσει στο Β

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση:

$$\omega = v/r = 2/0,2 = 10 \text{ rad/s}$$

Η στροφορμή ως προς το κέντρο μάζας είναι:

$$L_{CM} = I\omega = (2/5)mr^2\omega$$

$$L_{CM} = (2/5) \cdot 2,5 \cdot (0,2)^2 \cdot 10 = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Σημείωση: Αν ζητηθεί στροφορμή ως προς το στιγμιαίο σημείο επαφής, τότε $L = (I_{CM} + mr^2)\omega = (7/5)mr\omega = 1,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$. Η εκφώνηση δεν ορίζει σημείο αναφοράς, άρα η τυπική απάντηση με τη δοθείσα ροπή αδράνειας είναι ως προς το κέντρο μάζας.

ΘΕΜΑ 4ο

Δεδομένα: $u_1 = 15 \text{ m/s}$, $u_2 = 0$, $u'_1 = -9 \text{ m/s}$, $\mu = 0,1$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. Λόγος μαζών m_1/m_2

Σε κεντρική ελαστική κρούση με το δεύτερο σώμα αρχικά ακίνητο:

$$u'_1 = [(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)] u_1$$

Θέτουμε $r = m_1/m_2$. Τότε:

$$-9 = [(r - 1)/(r + 1)] \cdot 15$$

$$(r - 1)/(r + 1) = -3/5$$

$$5r - 5 = -3r - 3 \Rightarrow 8r = 2 \Rightarrow r = 1/4$$

$$m_1/m_2 = 1/4$$

β. Ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση

Από τον τύπο της κεντρικής ελαστικής κρούσης:

$$u'_2 = [2m_1/(m_1 + m_2)] u_1$$

$$u'_2 = [2r/(r + 1)] \cdot 15 = [2 \cdot (1/4)/(5/4)] \cdot 15 = (2/5) \cdot 15 = 6 \text{ m/s}$$

γ. Ποσοστό ενέργειας που μεταβιβάστηκε στο m_2

Η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 είναι:

$$K_{\text{αρχ}} = (1/2)m_1 u_1^2$$

Η κινητική ενέργεια που πήρε το m_2 μετά την κρούση είναι:

$$K_2 = (1/2)m_2 u'^2_2$$

Το ποσοστό είναι:

$$K_2/K_{\text{αρχ}} = [m_2 u'^2_2]/[m_1 u_1^2]$$

$$K_2/K_{\text{αρχ}} = [m_2 \cdot 6^2]/[m_1 \cdot 15^2] = 36/[225 \cdot (m_1/m_2)]$$

$$K_2/K_{\text{αρχ}} = 36/[225 \cdot (1/4)] = 36/56,25 = 0,64$$

$$\text{Ποσοστό} = 64\%$$

δ. Απόσταση των σωμάτων όταν σταματήσουν

Μετά την κρούση τα σώματα κινούνται αντίρροπα. Και στα δύο ασκείται τριβή ολίσθησης, άρα η επιβράδυνση έχει μέτρο:

$$a\tau = \mu g = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ m/s}^2$$

Για το m_1 , που έχει ταχύτητα 9 m/s:

$$s_1 = v_1'^2 / (2a\tau) = 9^2 / (2 \cdot 1) = 40,5 \text{ m}$$

Για το m_2 , που έχει ταχύτητα 6 m/s:

$$s_2 = v_2'^2 / (2a\tau) = 6^2 / (2 \cdot 1) = 18 \text{ m}$$

Επειδή κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις, η τελική απόσταση είναι:

$$d = s_1 + s_2 = 40,5 + 18 = 58,5 \text{ m}$$

Τελική απάντηση: τα σώματα θα απέχουν 58,5 m όταν σταματήσουν.