

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ - ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2010

Αναλυτικές λύσεις

Σύντομη αιτιολόγηση

- A1: Σε φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης ανάλογη της ταχύτητας, το πλάτος και η ενέργεια μειώνονται, ενώ η περίοδος θεωρείται σταθερή για δεδομένο σύστημα απόσβεσης.
- A2: Όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο κενό διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα c .
- A3: Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών όλα τα σημεία ταλαντώνονται με την ίδια φάση, αλλά με διαφορετικά πλάτη.
- A4: Διακροτήματα έχουμε όταν συντίθενται δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης, γύρω από την ίδια Θ.Ι., με ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.
- A5α: $n = c/u$, άρα ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό.
- A5β: Στα άκρα χορδής κιθάρας δημιουργούνται δεσμοί, όχι κοιλίες.
- A5γ: Ο συντονισμός είναι φαινόμενο εξαναγκασμένης ταλάντωσης.
- A5δ: Οι ακτίνες Χ έχουν πολύ μεγαλύτερες συχνότητες από τα ραδιοκύματα.
- A5ε: Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ανεξάρτητη από το σημείο ως προς το οποίο υπολογίζεται.

ΘΕΜΑ Β

B1

Σωστή απάντηση: α. Το σημείο Σ θα ταλαντωθεί με πλάτος $2A$.

Αφού αρχικά το Σ έχει πλάτος $2A$, στο σημείο αυτό έχουμε ενισχυτική συμβολή.

$$\Delta r = N\lambda, \quad N \in \mathbb{Z}$$

Όταν η συχνότητα γίνει $2f$, η ταχύτητα διάδοσης στο ίδιο μέσο δεν αλλάζει, άρα:

$$\lambda' = v/(2f) = \lambda/2$$

Επειδή η γεωμετρική διαφορά δρόμων Δr δεν αλλάζει:

$$\Delta r = N\lambda = 2N\lambda'$$

Άρα η συνθήκη ενισχυτικής συμβολής εξακολουθεί να ισχύει. Το πλάτος παραμένει $2A$.

B2

Σωστή απάντηση: α.

Αρχικά ο δίσκος μάζας M ισορροπεί πάνω στο κατακόρυφο ελατήριο. Η αρχική συμπίεση είναι:

$$x_1 = Mg/k$$

Τοποθετούμε πάνω του σώμα μάζας m χωρίς αρχική ταχύτητα. Η νέα θέση ισορροπίας του συστήματος έχει συμπίεση:

$$x_2 = (M + m)g/k$$

Τη στιγμή που αφήνεται το σώμα, το σύστημα βρίσκεται στη θέση x_1 , άρα η απόσταση από τη νέα Θ.Ι. είναι:

$$A = x_2 - x_1 = mg/k$$

Αυτό είναι το πλάτος της ΑΑΤ. Επομένως η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E = 1/2 kA^2 = 1/2 k(mg/k)^2 = m^2g^2/(2k)$$

B3

Σωστή απάντηση: β. 10 J .

Η κρούση είναι πλαστική και οι ταχύτητες είναι κάθετες. Εφαρμόζουμε διατήρηση ορμής διανυσματικά.

$$p_1 = m_1 v_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Επειδή οι ορμές είναι κάθετες:

$$p_{\text{ολ}} = \sqrt{(p_1^2 + p_2^2)} = \sqrt{(8^2 + 6^2)} = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η μάζα του συσσωματώματος είναι:

$$M_{\text{ολ}} = m_1 + m_2 = 5 \text{ kg}$$

Άρα:

$$V = p_{\text{ολ}} / M_{\text{ολ}} = 10 / 5 = 2 \text{ m/s}$$

$$K = 1/2 M_{\text{ολ}} V^2 = 1/2 \cdot 5 \cdot 2^2 = 10 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται: $E = 5 \text{ V}$, $C = 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ H}$.

Γ1

Αρχικά ο Δ1 είναι κλειστός και ο Δ2 ανοιχτός, οπότε ο πυκνωτής φορτίζεται από την πηγή μέχρι τάση $V = E$.

$$Q = CE = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C} = 40 \text{ } \mu\text{C}$$

Γ2

Για ιδανικό κύκλωμα LC:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$LC = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 16 \cdot 10^{-8}$$

$$\sqrt{LC} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$T = 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Γ3

Η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\omega = 1/\sqrt{LC} = 1/(4 \cdot 10^{-4}) = 2500 \text{ rad/s}$$

Το μέγιστο ρεύμα είναι:

$$I_{\text{max}} = \omega Q = 2500 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 0,10 \text{ A}$$

Αφού τη στιγμή $t = 0$ ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο και το ρεύμα είναι μηδέν, μπορούμε να γράψουμε για κατάλληλη θετική φορά:

$$i = 0,10 \sin(2500t) \text{ (S.I.)}$$

Αν επιλεγεί αντίθετη θετική φορά, η εξίσωση γράφεται $i = -0,10 \sin(2500t)$. Το φυσικό αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

Γ4

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι σταθερή:

$$U = U_E + U_B = Q^2 / (2C)$$

Δίνεται ότι η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου:

$$U_B = 3U_E$$

Άρα:

$$U = U_E + 3U_E = 4U_E$$

$$Q^2/(2C) = 4 \cdot q^2/(2C)$$

$$Q^2 = 4q^2 \Rightarrow |q| = Q/2$$

$$|q| = 40 \mu\text{C} / 2 = 20 \mu\text{C}$$

Το φορτίο μπορεί να είναι $+20 \mu\text{C}$ ή $-20 \mu\text{C}$, ανάλογα με τη φάση της ταλάντωσης. Η ζητούμενη τιμή κατά μέτρο είναι $20 \mu\text{C}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = 1/2$.

Δ1

Ο δίσκος ξεκινά από την ηρεμία και διανύει $x = 2 \text{ m}$ σε $t = 1 \text{ s}$ με σταθερή επιτάχυνση.

$$x = 1/2 at^2 \Rightarrow 2 = 1/2 \cdot a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο:

$$mg\eta\mu\phi - T\sigma\tau = ma$$

$$T\sigma\tau r = I\alpha, \quad \alpha = a/r \Rightarrow T\sigma\tau = Ia/r^2$$

Άρα:

$$mg\eta\mu\phi = ma + Ia/r^2 = a(m + I/r^2)$$

$$I = r^2(mg\eta\mu\phi/a - m)$$

Με $m = 2 \text{ kg}$, $r = 1 \text{ m}$, $\eta\mu\phi = 1/2$:

$$I = 1^2(2 \cdot 10 \cdot 1/2 / 4 - 2) = 10/4 - 2 = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Άρα η ροπή αδράνειας είναι:

$$I = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ2

Για σώμα που κυλιέται χωρίς ολίσθηση:

$$a = g\eta\mu\phi / (1 + I/(MR^2))$$

Για τον δίσκο:

$$I_1 = 1/2 MR^2 \Rightarrow a_1 = g\eta\mu\phi / (1 + 1/2) = 5/(3/2) = 10/3 \text{ m/s}^2$$

Για τον δακτύλιο:

$$I_2 = MR^2 \Rightarrow a_2 = g\eta\mu\phi / (1 + 1) = 5/2 = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Επομένως:

$$a_1 > a_2$$

Μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει ο δίσκος.

Δ3

Τα δύο στερεά συνδέονται με ράβδο αμελητέας μάζας και κυλίνουν χωρίς ολίσθηση, άρα έχουν την ίδια ταχύτητα κέντρου μάζας v και ισχύει $\omega = v/R$.

Κινητική ενέργεια δίσκου:

$$K_1 = 1/2 Mv^2 + 1/2 I_1\omega^2$$

$$K_1 = 1/2 Mv^2 + 1/2 \cdot (1/2 MR^2) \cdot v^2/R^2$$

$$K_1 = 1/2 Mv^2 + 1/4 Mv^2 = 3/4 Mv^2$$

Κινητική ενέργεια δακτυλίου:

$$K_2 = 1/2 Mv^2 + 1/2 I_2 \omega^2$$

$$K_2 = 1/2 Mv^2 + 1/2 \cdot MR^2 \cdot v^2/R^2$$

$$K_2 = Mv^2$$

Άρα:

$$K_1/K_2 = (3/4 Mv^2)/(Mv^2) = 3/4$$

Δ4

Έστω ότι η κοινή επιτάχυνση του συστήματος είναι a . Για το σύστημα δίσκου-δακτύλιου, η δύναμη της ράβδου είναι εσωτερική και δεν επηρεάζει την εξωτερική συνισταμένη.

Η “αδρανειακή” μάζα για κύλιση είναι $M + I/R^2$. Άρα:

$$2Mg\eta\mu\phi = a[(M + I_1/R^2) + (M + I_2/R^2)]$$

$$2Mg\eta\mu\phi = a[(M + 1/2M) + (M + M)] = a(7M/2)$$

$$a = 2Mg\eta\mu\phi / (7M/2) = 4g\eta\mu\phi/7 = 20/7 \text{ m/s}^2$$

Για τον δίσκο, επειδή μόνος του θα είχε μεγαλύτερη επιτάχυνση, η ράβδος τον τραβά προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Έστω F η δύναμη της ράβδου στον δίσκο προς τα πάνω. Με θετική φορά προς τα κάτω:

$$Mg\eta\mu\phi - F - T_1 = Ma$$

Για τη ροπή στον δίσκο:

$$T_1 R = I_1 \alpha \Rightarrow T_1 = I_1 a / R^2 = 1/2 Ma$$

Άρα:

$$Mg\eta\mu\phi - F - 1/2 Ma = Ma$$

$$F = Mg\eta\mu\phi - 3/2 Ma$$

Με $M = 1,4 \text{ kg}$ και $a = 20/7 \text{ m/s}^2$:

$$F = 1,4 \cdot 10 \cdot 1/2 - 3/2 \cdot 1,4 \cdot 20/7 = 7 - 6 = 1 \text{ N}$$

Άρα η ράβδος ασκεί στον δίσκο δύναμη 1 N προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Για τον δακτύλιο, επειδή μόνος του θα είχε μικρότερη επιτάχυνση, η ράβδος τον τραβά προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο. Με θετική φορά προς τα κάτω:

$$Mg\eta\mu\phi + F - T_2 = Ma$$

Για τον δακτύλιο:

$$T_2 R = I_2 \alpha \Rightarrow T_2 = I_2 a / R^2 = Ma$$

$$Mg\eta\mu\phi + F - Ma = Ma$$

$$F = 2Ma - Mg\eta\mu\phi = 2 \cdot 1,4 \cdot 20/7 - 7 = 8 - 7 = 1 \text{ N}$$

Άρα η ράβδος ασκεί στον δακτύλιο δύναμη 1 N προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Σχεδίαση δυνάμεων ράβδου:

- Στον δίσκο: δύναμη $F = 1 \text{ N}$ παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και προς τα πάνω.
- Στον δακτύλιο: δύναμη $F = 1 \text{ N}$ παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και προς τα κάτω.