

Φυσική Κατεύθυνσης 2011 - Αναλυτικές λύσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. Σωστή απάντηση: γ

Στη φθίνουσα ταλάντωση με $F_{αντ} = -b\dot{u}$, η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται από το σχήμα, το μέγεθος του σώματος και τις ιδιότητες του μέσου. Το πλάτος και η ενέργεια μειώνονται με τον χρόνο.

A2. Σωστή απάντηση: β

Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα τα διανύσματα E , B και u είναι ανά δύο κάθετα. Δηλαδή $E \perp B$, $E \perp u$ και $B \perp u$.

A3. Σωστή απάντηση: γ

Η ακτινοβολία περνά από γυαλί σε αέρα, δηλαδή από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο. Η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετη, άρα η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

A4. Σωστή απάντηση: γ

Όταν η πηγή πλησιάζει ακίνητο παρατηρητή, τα μέτωπα κύματος μπροστά από την πηγή πυκνώνουν. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μεγαλύτερη συχνότητα και μικρότερο μήκος κύματος.

A5.

- α. Σωστό - τα διαμήκη κύματα διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια.
- β. Λάθος - σε ηλεκτρική ταλάντωση το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται περιοδικά.
- γ. Σωστό - ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
- δ. Λάθος - η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος.
- ε. Λάθος - στο στάσιμο κύμα δεν έχουμε μεταφορά ενέργειας από σημείο σε σημείο του μέσου.

ΘΕΜΑ Β

B1

Σωστή απάντηση: β

Για το Σ1, πριν κοπεί το νήμα το ελατήριο κρατά συνολική μάζα $m_1 + m_2$. Άρα η αρχική επιμήκυνση είναι:

$$x_{αρχ,1} = (m_1 + m_2)g / k$$

Μετά την κοπή, η νέα θέση ισορροπίας του Σ1 αντιστοιχεί μόνο στη μάζα m_1 :

$$x_{ισ,1} = m_1g / k$$

Επομένως το πλάτος της ταλάντωσης του Σ1 είναι η μετατόπιση από τη νέα Θ.Ι.:

$$A_1 = x_{αρχ,1} - x_{ισ,1} = m_2g / k$$

Άρα:

$$E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} k (m_2g/k)^2 = m_2^2 g^2 / (2k)$$

Αντίστοιχα για το Σ2:

$$A2 = m1g / k, \quad E2 = m1^2 g^2 / (2k)$$

Άρα:

$$E1 / E2 = m2^2 / m1^2$$

B2

Σωστή απάντηση: α

Η συχνότητα των διακροτημάτων είναι:

$$f\delta = |f_{\text{πηγής 1}} - f_{\text{πηγής 2}}|$$

Δημιουργούνται ίδιας συχνότητας διακροτήματα για δύο διαφορετικές συχνότητες $f1$ και $f2$ της δεύτερης πηγής. Άρα οι δύο συχνότητες βρίσκονται συμμετρικά γύρω από τη σταθερή συχνότητα f :

$$|f1 - f| = |f2 - f|$$

Εφόσον $f1$ και $f2$ είναι διαφορετικές, η f βρίσκεται στο μέσο τους:

$$f = (f1 + f2) / 2$$

B3

Σωστή απάντηση: α, δηλαδή $m1/m2 = 2$

Στην οριζόντια διεύθυνση δεν έχουμε εξωτερική ώθηση, άρα διατηρείται η ορμή. Πριν την κρούση, τα σώματα Α και Β κινούνται μαζί με ταχύτητα u , ενώ το Γ είναι ακίνητο:

$$p_{\text{πριν}} = (m1 + m2)u$$

Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ. Το συσσωμάτωμα έχει μάζα $m2 + 4m1$ και ταχύτητα $u/3$:

$$p_{\text{μετά}} = (m2 + 4m1) u/3$$

Άρα:

$$(m1 + m2)u = (m2 + 4m1)u/3$$

$$3m1 + 3m2 = m2 + 4m1$$

$$2m2 = m1 \Rightarrow m1/m2 = 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$, $u = 2 \text{ m/s}$, $d = 1 \text{ m}$.

Από την εξίσωση προκύπτει συχνότητα:

$$f = 5 \text{ Hz}$$

Το μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = u/f = 2/5 = 0,4 \text{ m}$$

Γ1. Απόσταση ΜΠ1

Το Μ βρίσκεται στη μεσοκάθετο του Π1Π2, άρα απέχει ίσες αποστάσεις από τις δύο πηγές: $r1 = r2 = r$. Για σημείο που έχει δεχθεί και τα δύο κύματα, η φάση έχει μορφή:

$$2\pi(ft - r/\lambda)$$

Στην εξίσωση του Μ εμφανίζεται ο όρος $5t - 10$. Άρα:

$$r/\lambda = 10 \Rightarrow r = 10\lambda = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ m}$$

Επομένως: $MP1 = 4 \text{ m}$.

Γ2. Διαφορά φάσης Ο και Μ

Το Ο είναι το μέσο του $P1P2$, άρα:

$$OP1 = OP2 = d/2 = 0,5 \text{ m}$$

Η διαφορά φάσης δύο σημείων που ταλαντώνονται λόγω σύγχρονων πηγών και απέχουν rO και rM από τις πηγές είναι:

$$\Delta\phi = 2\pi(rM - rO)/\lambda$$

Άρα:

$$\Delta\phi = 2\pi(4 - 0,5)/0,4 = 2\pi \cdot 8,75 = 17,5\pi \text{ rad} = 35\pi/2 \text{ rad}$$

Ισοδύναμα, αν τη φέρουμε στο διάστημα $[0, 2\pi)$, είναι $3\pi/2 \text{ rad}$. Αν ζητείται η ελάχιστη γωνιακή διαφορά φάσης, είναι $\pi/2 \text{ rad}$. Η πλήρης διαφορά από τις φάσεις των εξισώσεων είναι $35\pi/2 \text{ rad}$.

Γ3. Σημεία του $P1P2$ με μέγιστο πλάτος

Για ενισχυτική συμβολή ισχύει:

$$|r2 - r1| = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

Πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $P1P2$ η μέγιστη δυνατή διαφορά δρόμου είναι $d = 1 \text{ m}$. Άρα:

$$N\lambda \leq d \Rightarrow N \cdot 0,4 \leq 1 \Rightarrow N \leq 2,5$$

Άρα επιτρέπονται οι τιμές:

$$N = 0, 1, 2$$

Για $N = 0$ έχουμε 1 σημείο, το μέσο Ο. Για $N = 1$ έχουμε 2 συμμετρικά σημεία. Για $N = 2$ έχουμε άλλα 2 συμμετρικά σημεία. Συνολικά:

$$1 + 2 + 2 = 5 \text{ σημεία}$$

Γ4. Γραφική παράσταση $y_M - t$

Τα κύματα φτάνουν στο Μ τη χρονική στιγμή:

$$t_{\text{άφιξης}} = r/v = 4/2 = 2 \text{ s}$$

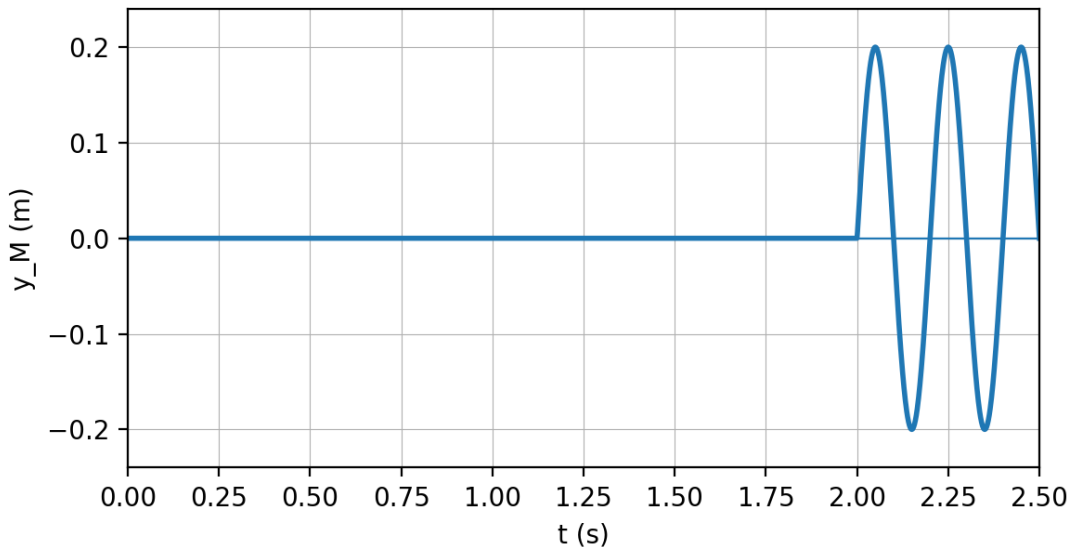
Άρα για $0 \leq t < 2 \text{ s}$ το σημείο Μ παραμένει ακίνητο: $y_M = 0$. Για $t \geq 2 \text{ s}$ ισχύει η δοσμένη εξίσωση:

$$y_M = 0,2\mu\text{m}2\pi(5t - 10)$$

Η περίοδος είναι:

$$T = 1/f = 0,2 \text{ s}$$

Στο διάστημα 2 s έως $2,5 \text{ s}$ εκτελούνται $2,5$ πλήρεις ταλαντώσεις. Η γραφική παράσταση είναι:



ΘΕΜΑ Δ

Δεδομένα: $d = 1 \text{ m}$, $m_A = 1 \text{ kg}$, $m_\Gamma = 6 \text{ kg}$, $M = 4 \text{ kg}$, $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Δ1. Απόδειξη ισορροπίας

Η ράβδος είναι αβαρής. Ως προς το Ο, αριστερά υπάρχουν οι μάζες m_A και m_Γ . Οι ροπές τους είναι:

$$\tau_A = m_A g \cdot 2d = 1 \cdot 10 \cdot 2 = 20 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_\Gamma = m_\Gamma g \cdot d = 6 \cdot 10 \cdot 1 = 60 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Συνολικά αριστερά:

$$\tau_{\text{αριστ}} = 20 + 60 = 80 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Στη δεξιά πλευρά, στο Β, η τροχαλία δέχεται το βάρος της $Mg = 40 \text{ N}$ και τις δύο τάσεις του νήματος. Επειδή αρχικά $m_1 = m_2 + m_3 = 2 \text{ kg}$, το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί και οι τάσεις είναι:

$$T_1 = T_2 = 20 \text{ N}$$

Άρα η συνολική κατακόρυφη δύναμη που ασκείται στο Β είναι:

$$F_B = Mg + T_1 + T_2 = 40 + 20 + 20 = 80 \text{ N}$$

Η ροπή της ως προς Ο είναι:

$$\tau_{\text{δεξ}} = F_B \cdot d = 80 \cdot 1 = 80 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Οι αντίθετες ροπές είναι ίσες, άρα $\Sigma \tau_O = 0$ και το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο οριζόντια.

Δ2. Γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου

Μετά την αποκοπή της τροχαλίας από το Β, στη ράβδο μένουν μόνο οι σημειακές μάζες m_A και m_Γ . Όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο, η ροπή των βαρών ως προς Ο είναι:

$$\Sigma \tau_O = (m_A \cdot 2d + m_\Gamma \cdot d)g \eta \mu 30^\circ$$

$$\Sigma \tau_O = (1 \cdot 2 + 6 \cdot 1) \cdot 10 \cdot 1/2 = 40 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Η ροπή αδράνειας ως προς Ο είναι:

$$I = m_A(2d)^2 + m_\Gamma d^2 = 1 \cdot 4 + 6 \cdot 1 = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης:

$$\Sigma \tau_0 = I\alpha \Rightarrow \alpha = 40/10 = 4 \text{ rad/s}^2$$

Δ3. Ταχύτητα του Α αμέσως μετά την πλαστική κρούση

Από την οριζόντια θέση μέχρι η μάζα mA να φτάσει στο κατώτατο σημείο, η mA κατεβαίνει κατά 2d και η mΓ κατά d. Η απώλεια δυναμικής ενέργειας γίνεται κινητική περιστροφής:

$$m_A g \cdot 2d + m_\Gamma g \cdot d = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega^2$$

$$80 = 5\omega^2 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}$$

Άρα πριν την κρούση η ταχύτητα του Α είναι:

$$v_A = \omega \cdot 2d = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m/s}$$

Η κρούση με τη μάζα m4 = 5 kg είναι πλαστική και πολύ σύντομη, άρα διατηρείται η στροφορμή ως προς Ο. Πριν την κρούση:

$$L_{\text{πριν}} = I\omega = 10 \cdot 4 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Μετά την κρούση η νέα ροπή αδράνειας είναι:

$$I' = I + m_4(2d)^2 = 10 + 5 \cdot 4 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Άρα:

$$L_{\text{μετά}} = I'\omega' = L_{\text{πριν}}$$

$$30\omega' = 40 \Rightarrow \omega' = 4/3 \text{ rad/s}$$

Η ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$v'_A = \omega' \cdot 2d = (4/3) \cdot 2 = 8/3 \text{ m/s}$$

Δ4. Μάζα m ώστε η ράβδος να διατηρεί την ισορροπία

Τώρα κόβεται το νήμα μεταξύ m2 και m3, άρα στην τροχαλία μένουν οι μάζες m1 = 2 kg και m2 = 1 kg. Η m1 κατεβαίνει και η m2 ανεβαίνει με επιτάχυνση a.

Για τα σώματα:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a$$

Για την τροχαλία:

$$(T_1 - T_2)R = I\alpha, \quad I = MR^2/2, \quad \alpha = a/R$$

$$T_1 - T_2 = (M/2)a = 2a$$

Αφαιρώντας τις δύο εξισώσεις των σωμάτων:

$$(m_1 - m_2)g - (T_1 - T_2) = (m_1 + m_2)a$$

$$(2 - 1)10 - 2a = 3a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Οπότε:

$$T_1 = m_1 g - m_1 a = 20 - 4 = 16 \text{ N}$$

$$T_2 = m_2 g + m_2 a = 10 + 2 = 12 \text{ N}$$

Η συνολική δύναμη που ασκεί η τροχαλία στο σημείο Β της ράβδου είναι:

$$F_B = Mg + T_1 + T_2 = 40 + 16 + 12 = 68 \text{ N}$$

Για να ισορροπεί η ράβδος, οι ροπές ως προς Ο πρέπει να είναι ίσες:

$$m g \cdot 2d + m_{\Gamma} g \cdot d = F_B \cdot d$$

$$m \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 = 68 \cdot 1$$

$$20m + 60 = 68$$

$$m = 0,4 \text{ kg}$$

Τελική απάντηση Δ4: $m = 0,4 \text{ kg}$.