

Αναλυτικές λύσεις Φυσική Κατεύθυνσης – Πανελλήνιες 2012

ΘΕΜΑ Α

A1

Σωστή απάντηση: γ.

Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση, μετά το μεταβατικό στάδιο, το σώμα ταλαντώνεται με τη συχνότητα του διεγέρτη. Για δεδομένη συχνότητα διεγέρτη το πλάτος είναι σταθερό.

A2

Σωστή απάντηση: β.

Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος καθορίζεται από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης και όχι από τη συχνότητα ή το πλάτος.

A3

Σωστή απάντηση: γ.

Σε ιδανικό κύκλωμα LC χωρίς απώλειες η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή και εναλλάσσεται ανάμεσα σε ηλεκτρική ενέργεια πυκνωτή και μαγνητική ενέργεια πηνίου.

A4

Σωστή απάντηση: γ.

Τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα, ενώ έχουν μικρότερη συχνότητα από την υπεριώδη ακτινοβολία.

A5

Πρόταση	Απάντηση	Σχόλιο
α	Σωστό	Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται για συμπεράσματα σχετικά με την ακτινική ταχύτητα άστρων.
β	Σωστό	Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις βασική αιτία απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση.
γ	Λάθος	Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι ροπή και έχει μονάδα $\text{N}\cdot\text{m} = \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$.
δ	Λάθος	Όταν το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας αυξάνεται, η γωνιακή επιτάχυνση είναι ομόροπη με τη γωνιακή ταχύτητα.
ε	Σωστό	Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ονομάζεται συμβολή.

ΘΕΜΑ Β**B1**

Σωστή απάντηση: γ. Η ακτίνα θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού - αέρα.

Αρχικά, για τη διαχωριστική επιφάνεια νερού - αέρα, η ακτίνα προσπίπτει με την κρίσιμη γωνία θ_c :

$$\sin\theta_c = n_{\text{αέρα}} / n_{\text{νερού}}$$

Με την προσθήκη λαδιού ισχύει $n_{\text{λαδιού}} > n_{\text{νερού}}$. Στη διάθλαση από νερό προς λάδι:

$$n_{\text{νερού}} \cdot \sin\theta_c = n_{\text{λαδιού}} \cdot \sin\theta_{\text{λαδιού}}$$

$$n_{\text{λαδιού}} \cdot \sin\theta_{\text{λαδιού}} = n_{\text{αέρα}} \Rightarrow \sin\theta_{\text{λαδιού}} = n_{\text{αέρα}} / n_{\text{λαδιού}}$$

Άρα η γωνία μέσα στο λάδι είναι ακριβώς η κρίσιμη γωνία για τη μετάβαση λάδι - αέρα. Επομένως η εξερχόμενη ακτίνα κινείται παράλληλα στην επιφάνεια λαδιού - αέρα.

B2

Σωστή απάντηση: γ. Ο λόγος είναι $\sqrt{3}$.

Για στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x=0$, το πλάτος ταλάντωσης σημείου που βρίσκεται στη θέση x είναι:

$$A_{\text{στ}} = 2A \cdot |\cos(2\pi x/\lambda)|$$

Ο πρώτος δεσμός μετά το $x=0$ βρίσκεται στη θέση $x = \lambda/4$.

$$x_K = \lambda/4 - \lambda/6 = \lambda/12$$

$$x_L = \lambda/4 + \lambda/12 = \lambda/3$$

Η μέγιστη ταχύτητα κάθε σημείου είναι $u_{\text{max}} = \omega A_{\text{στ}}$, άρα ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων είναι ίσος με τον λόγο των πλάτων:

$$u_K/u_L = |\cos(2\pi \cdot (\lambda/12)/\lambda)| / |\cos(2\pi \cdot (\lambda/3)/\lambda)|$$

$$u_K/u_L = |\cos(\pi/6)| / |\cos(2\pi/3)| = (\sqrt{3}/2)/(1/2) = \sqrt{3}$$

B3

Σωστή απάντηση: α. $t_2 = 2t_1$.

Έστω L η απόσταση των ευθύγραμμων τμημάτων AB και $\Gamma\Delta$, δηλαδή η απόσταση που πρέπει να καλυφθεί κατά τη διεύθυνση παράλληλα προς τους τοίχους.

Για τη σφαίρα Σ_1 :

$$t_1 = L/u$$

Η Σ_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου u , σχηματίζοντας γωνία 60° με τους τοίχους. Η συνιστώσα της ταχύτητας παράλληλα προς τους τοίχους είναι:

$$u_{\text{παρ}} = u \cdot \cos 60^\circ = u/2$$

Οι ελαστικές κρούσεις με τους λείους τοίχους αλλάζουν μόνο την κάθετη συνιστώσα. Η παράλληλη συνιστώσα παραμένει σταθερή σε μέτρο. Άρα:

$$t_2 = L/(u/2) = 2L/u = 2t_1$$

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: $M=6 \text{ kg}$, $m=M/2=3 \text{ kg}$, $\ell=0,3 \text{ m}$, $g=10 \text{ m/s}^2$.

Γ1

Η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς άξονα από το άκρο Ο προκύπτει από το θεώρημα Steiner:

$$I_{\text{δοκού}} = I_{\text{CM}} + M(\ell/2)^2 = (1/12)M\ell^2 + (1/4)M\ell^2 = (1/3)M\ell^2$$

$$I_{\text{δοκού}} = (1/3) \cdot 6 \cdot (0,3)^2 = 0,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Η μικρή σφαίρα θεωρείται υλικό σημείο στο άκρο Α:

$$I_{\text{σφαίρας}} = m\ell^2 = 3 \cdot (0,3)^2 = 0,27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{ολ}} = 0,18 + 0,27 = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Άρα: $I_{\text{ολ}} = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Γ2

Η δύναμη F είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, άρα η ροπή της έχει σταθερό μέτρο $\tau F = F\ell$. Από την κατακόρυφη έως την οριζόντια θέση η γωνιακή μετατόπιση είναι $\Delta\theta = \pi/2$.

$$W_F = \tau F \cdot \Delta\theta = F\ell \cdot (\pi/2)$$

$$W_F = (120/\pi) \cdot 0,3 \cdot (\pi/2) = 18 \text{ J}$$

Άρα: $W_F = 18 \text{ J}$.

Γ3

Κατά τη μετάβαση από την αρχική κατακόρυφη θέση στην οριζόντια θέση, το βάρος της δοκού και της σφαίρας παράγει έργο:

$$W_B = Mg(\ell/2) + mg\ell$$

$$W_B = 6 \cdot 10 \cdot 0,15 + 3 \cdot 10 \cdot 0,3 = 9 + 9 = 18 \text{ J}$$

Από το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B$$

$$K_{\text{τελ}} = 18 + 18 = 36 \text{ J}$$

Επειδή $K = (1/2)I\omega^2$:

$$(1/2) \cdot 0,45 \cdot \omega^2 = 36$$

$$\omega^2 = 160 \Rightarrow \omega = 4\sqrt{10} \text{ rad/s}$$

Άρα: $\omega = 4\sqrt{10} \text{ rad/s}$.

Γ4

Τώρα $F' = 30\sqrt{3} \text{ N}$. Η κινητική ενέργεια γίνεται μέγιστη όταν ο ρυθμός μεταβολής της είναι μηδέν, δηλαδή όταν η συνισταμένη ροπή κατά τη φορά της κίνησης μηδενίζεται.

Για γωνία θ της δοκού με την κατακόρυφο:

$$\tau F' = F' \ell = 30\sqrt{3} \cdot 0,3 = 9\sqrt{3} \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau \beta = [Mg(\ell/2) + mg\ell] \cdot \sin\theta = 18\sin\theta \text{ N}\cdot\text{m}$$

Στη θέση μέγιστης κινητικής ενέργειας:

$$\tau F' = \tau \beta$$

$$9\sqrt{3} = 18\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{3}/2$$

$$\theta = 60^\circ$$

Άρα η δοκός σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο.

ΘΕΜΑ Δ

Δεδομένα: $k_1=60 \text{ N/m}$, $k_2=140 \text{ N/m}$, $k=k_1+k_2=200 \text{ N/m}$, $m_1=2 \text{ kg}$, $m_2=6 \text{ kg}$, $\varphi=30^\circ$, $g=10 \text{ m/s}^2$.

Δ1

Θεωρούμε άξονα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με θετική φορά από το Α προς το Β. Έστω x η μετατόπιση του Σ1 από τη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

Οι δυνάμεις κατά μήκος του επιπέδου είναι η συνιστώσα του βάρους $m_1 g \sin\varphi$ και οι δυνάμεις των δύο ελατηρίων. Η συνισταμένη είναι:

$$\Sigma F = m_1 g \sin\varphi - (k_1+k_2)x$$

$$\Sigma F = m_1 g \sin\varphi - kx$$

Στη θέση ισορροπίας x_0 :

$$0 = m_1 g \sin\varphi - kx_0 \Rightarrow x_0 = m_1 g \sin\varphi / k$$

$$x_0 = 2 \cdot 10 \cdot (1/2) / 200 = 0,05 \text{ m}$$

Αν $y = x - x_0$ είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, τότε:

$$\Sigma F = -ky$$

Άρα η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης. Το Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ2

Η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\omega = \sqrt{k/m_1} = \sqrt{200/2} = 10 \text{ rad/s}$$

Τη στιγμή $t=0$ το σώμα αφήνεται από τη θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων, δηλαδή $x=0$. Επομένως, ως προς τη θέση ισορροπίας:

$$y(0) = x(0) - x_0 = -0,05 \text{ m}$$

Αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα βρίσκεται σε ακραία θέση. Το πλάτος είναι $A=0,05 \text{ m}$ και η εξίσωση απομάκρυνσης είναι:

$$y(t) = -0,05 \cos(10t) \quad (\text{S.I.})$$

Ισοδύναμα: $y(t)=0,05\cos(10t+\pi)$.

Δ3

Όταν τοποθετηθεί το Σ2 πάνω στο Σ1 και δεν υπάρχει ολίσθηση, τα δύο σώματα κινούνται μαζί σαν ένα σώμα μάζας:

$$m_{\text{ολ}} = m_1 + m_2 = 8 \text{ kg}$$

$$\omega'^2 = k/m_{\text{ολ}} = 200/8 = 25 \text{ s}^{-2}$$

Το Σ2 έχει την ίδια επιτάχυνση με το σύστημα. Η σταθερά επαναφοράς που αντιστοιχεί στην ταλάντωση του Σ2 είναι:

$$D_2 = m_2 \omega'^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ N/m}$$

Άρα: $D_2 = 150 \text{ N/m}$.

Δ4

Με τα δύο σώματα μαζί, η νέα θέση ισορροπίας ως προς τη θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων είναι:

$$x_0' = (m_1+m_2)g \sin\phi / k = 8 \cdot 10 \cdot (1/2) / 200 = 0,20 \text{ m}$$

Το Σ2 τοποθετείται όταν το Σ1 βρίσκεται στην αρχική θέση $x=0$. Εκεί η ταχύτητα του Σ1 είναι μηδέν, οπότε το νέο σύστημα ξεκινά από ακραία θέση ως προς τη νέα ισορροπία:

$$A' = 0,20 \text{ m}$$

Για το Σ2, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου:

$$m_2 g \sin\phi + f = m_2 a$$

$$a = -\omega'^2 y$$

$$f = m_2(-\omega'^2 y - g \sin\phi)$$

Το μέγιστο μέτρο της απαιτούμενης στατικής τριβής εμφανίζεται στην ακραία θέση $y=+A'$:

$$|f|_{\text{max}} = m_2(\omega'^2 A' + g \sin\phi)$$

$$|f|_{\text{max}} = 6(25 \cdot 0,20 + 10 \cdot 1/2) = 6(5+5) = 60 \text{ N}$$

Η κάθετη αντίδραση μεταξύ των σωμάτων είναι:

$$N = m_2 g \cos\phi = 6 \cdot 10 \cdot (\sqrt{3}/2) = 30\sqrt{3} \text{ N}$$

Για να μην ολισθαίνει το Σ2 πρέπει $|f|_{\max} \leq \mu_s N$. Επομένως:

$$\mu_{\min} = 60 / (30\sqrt{3}) = 2/\sqrt{3} = 2\sqrt{3}/3$$

Άρα ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι $\mu_{\min} = 2\sqrt{3}/3$.