Αναλυτικές λύσεις Φυσικής Κατεύθυνσης - Πανελλήνιες 2014

Θέματα κανονικών εξετάσεων 2014

Θέμα Α

Α1

Σωστή απάντηση: γ

Στο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, όσο μικρότερη είναι η συχνότητα τόσο μεγαλύτερο είναι το μήκος κύματος. Η σειρά από μεγαλύτερο προς μικρότερο μήκος κύματος είναι: ραδιοκύματα, υπέρυθρη, ορατό πράσινο, ακτίνες Χ.

Άρα: λρ > λυ > λπ > λχ.

Α2

Σωστή απάντηση: β

Η ταχύτητα διάδοσης ενός ηχητικού κύματος καθορίζεται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου διάδοσης και όχι από την περίοδο, το μήκος κύματος ή το πλάτος.

Α3

Σωστή απάντηση: γ

Το στερεό εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση, άρα δεν έχει γωνιακή επιτάχυνση. Επομένως το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν. Επειδή η μεταφορική κίνηση είναι επιταχυνόμενη, η συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδέν.

Άρα: $F\Sigma \neq 0$ και $\Sigma\tau = 0$.

Α4

Σωστή απάντηση: β

Στην απλή αρμονική ταλάντωση ισχύει: $F = -D\,x = -m\omega^2 x$. Άρα $F/m = -\omega^2 x$. Επειδή η απομάκρυνση x μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο, και το πηλίκο F/m μεταβάλλεται αρμονικά.

Α5

α) Σωστό

β) Σωστό

γ) Λάθος

δ) Λάθος

ε) Σωστό

Σχόλιο για το γ: στο κενό ισχύει $E/B = c$, άρα $B/E = 1/c$, όχι c.

Σχόλιο για το δ: όταν μια μονοχρωματική ακτινοβολία περνά από ένα μέσο σε άλλο, η συχνότητα δεν αλλάζει. Αλλάζουν η ταχύτητα και το μήκος κύματος.

Θέμα Β

Β1

Σωστή απάντηση: iii) $A1/A2 = 2$

Το σώμα 1 απομακρύνεται κατά d από τη θέση ισορροπίας και αφήνεται ελεύθερο. Άρα πριν από την κρούση εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος:

$A1 = d$

Η κρούση γίνεται στη θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων, δηλαδή στη θέση ισορροπίας του σώματος 1, όπου η ταχύτητά του είναι μέγιστη:

$\upsilon 1 = \omega\, d$, με $\omega = \sqrt{(k/m)}$.

Η κρούση είναι πλαστική με ακίνητο σώμα ίσης μάζας. Από διατήρηση ορμής:

$m\upsilon 1 = (2m)V \Rightarrow V = \upsilon 1/2$.

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει μάζα 2m και σταθερά επαναφοράς D = 2k, άρα:

$\omega 2 = \sqrt{(D/(2m))} = \sqrt{(2k/(2m))} = \sqrt{(k/m)} = \omega$.

Τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και έχει ταχύτητα V, οπότε:

$V = \omega 2\, A2 \Rightarrow A2 = V/\omega = (\upsilon 1/2)/\omega = d/2$.

Άρα: $A1/A2 = d/(d/2) = 2$.

B2

Σωστή απάντηση: ii) f1 = 100,25 Hz, f2 = 99,75 Hz

Η περίοδος διακροτήματος είναι:

$T\Delta = 1/|f1 - f2|$.

Με $T\Delta = 2$ s:

$|f1 - f2| = 1/2 = 0,5$ Hz.

Στον χρόνο των 2 s πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, άρα η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι περίπου:

$f = 200/2 = 100$ Hz.

Για δύο παραπλήσιες συχνότητες, η συχνότητα της γρήγορης ταλάντωσης είναι ο μέσος όρος:

$(f1 + f2)/2 = 100 \Rightarrow f1 + f2 = 200$.

Με $f1 - f2 = 0,5$ προκύπτει:

f1 = 100,25 Hz και f2 = 99,75 Hz.

B3

Σωστή απάντηση: iii) m1/m2 = 1/3

Έστω ότι η μάζα m1 κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα υ1. Στην κεντρική ελαστική κρούση με ακίνητη μάζα m2 ισχύουν:

$\upsilon 1' = ((m1 - m2)/(m1 + m2))\, \upsilon 1$

$\upsilon 2' = (2m1/(m1 + m2))\, \upsilon 1$

Επειδή m2 > m1, η m1 ανακλάται προς τα αριστερά, ενώ η m2 κινείται προς τον τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση της m2 με τον τοίχο, η m2 κινείται προς τα αριστερά με ίδιο μέτρο ταχύτητας.

Για να παραμένει σταθερή η απόσταση των δύο μαζών, πρέπει μετά την κρούση με τον τοίχο να έχουν ίσες ταχύτητες προς την ίδια κατεύθυνση:

$(m2 - m1)/(m1 + m2)\, \upsilon 1 = (2m1/(m1 + m2))\, \upsilon 1$

$m2 - m1 = 2m1 \Rightarrow m2 = 3m1$

Άρα: $m1/m2 = 1/3$.

Mr.Spience

Θέμα Γ

Από το διάγραμμα: το σημείο Σ αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή 0,2 s, ενώ η δεύτερη διαταραχή φτάνει τη στιγμή 1,4 s. Μετά τη συμβολή το πλάτος γίνεται $10\cdot10^{-3}$ m, ενώ πριν ήταν $5\cdot10^{-3}$ m.

Γ1

Το σημείο Σ είναι πλησιέστερα στην πηγή Π2, άρα πρώτα φτάνει το κύμα από την Π2.

$r2 = \upsilon\, t2 = 5\cdot0,2 = 1$ m

Το κύμα από την Π1 φτάνει τη στιγμή 1,4 s:

$r1 = \upsilon\, t1 = 5\cdot1,4 = 7$ m

Άρα: $r1 = 7$ m και $r2 = 1$ m.

Γ2

Από το διάγραμμα η περίοδος είναι:

$T = 0,4$ s

Άρα:

$f = 1/T = 2,5$ Hz και $\omega = 2\pi f = 5\pi$ rad/s.

Το πλάτος κάθε πηγής είναι $A = 5\cdot10^{-3}$ m.

Για $0 \le t < 0,2$ s δεν έχει φτάσει κανένα κύμα στο Σ:

$y = 0$.

Για $0,2 \le t < 1,4$ s έχει φτάσει μόνο το κύμα από την Π2:

$y = 5\cdot10^{-3}\, ημ[5\pi(t - 0,2)]$ (SI).

Για $t \ge 1,4$ s έχουν φτάσει και τα δύο κύματα. Επειδή $r1 - r2 = 6$ m και $\lambda = \upsilon T = 5\cdot0,4 = 2$ m, έχουμε διαφορά δρόμου 3λ, άρα ενισχυτική συμβολή:

$y = 10\cdot10^{-3}\, ημ[5\pi(t - 0,2)]$ (SI).

Γ3

Μετά τη συμβολή το πλάτος ταλάντωσης του φελλού είναι:

$A\Sigma = 10\cdot10^{-3}$ m.

Για Α.Α.Τ. ισχύει:

$|\upsilon| = \omega\sqrt{(A\Sigma^2 - y^2)}$.

Δίνεται $y = 5\sqrt{3}\cdot10^{-3}$ m, άρα:

$|\upsilon| = 5\pi\sqrt{[(10\cdot10^{-3})^2 - (5\sqrt{3}\cdot10^{-3})^2]}$

$|\upsilon| = 5\pi\sqrt{[(100 - 75)\cdot10^{-6}]} = 5\pi\cdot5\cdot10^{-3}$

$|\upsilon| = 25\pi\cdot10^{-3}$ m/s.

Γ4

Αρχικά:

$\lambda = 2$ m και $\Delta r = r1 - r2 = 6$ m $= 3\lambda$, άρα η συμβολή είναι ενισχυτική και το πλάτος είναι $A1,συμβ = 2A$.

Η νέα συχνότητα είναι:

$f' = (10/9)f$

Άρα το νέο μήκος κύματος είναι:

$\lambda' = \upsilon/f' = (9/10)\lambda = 1,8$ m.

Τότε:

$\Delta r/\lambda' = 6/1,8 = 10/3$.

Το νέο πλάτος συμβολής είναι:

$A_{2,συμβ} = 2A\,|συν(\pi\Delta r/\lambda')| = 2A\,|συν(10\pi/3)| = 2A\cdot 1/2 = A$.

Η μέγιστη κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι ανάλογη του ω^2A^2:

$K_{max} = 1/2\, m\omega^2A^2$.

Άρα:

$K_1/K_2 = [\omega^2(2A)^2]/[((10/9)\omega)^2 A^2] = 4/(100/81) = 81/25$.

Θέμα Δ

Δ1

Η ράβδος ισορροπεί. Παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση Α.

Η τάση Τ του οριζόντιου νήματος εφαρμόζεται στο μέσο της ράβδου. Το βάρος Mg εφαρμόζεται επίσης στο μέσο της ράβδου.

Ισορροπία ροπών:

$T\cdot(\ell/2)\cdot συνφ = Mg\cdot(\ell/2)\cdot ημφ$

$T = Mg\cdot ημφ/συνφ = 5,6\cdot 10\cdot 0,6/0,8 = 42$ N.

Ισορροπία δυνάμεων στον οριζόντιο άξονα:

$F_{Ax} = T = 42$ N.

Ισορροπία δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα:

$F_{Ay} = Mg = 56$ N.

Άρα το μέτρο της δύναμης της άρθρωσης είναι:

$F_A = \sqrt{(42^2 + 56^2)} = 70$ N.

Δ2

Η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω στη ράβδο. Η ράβδος σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\theta = 90° - \varphi$, άρα:

$ημθ = συνφ = 0,8$.

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο:

$a = g ημθ / (1 + I_{cm}/(mr^2))$.

Για ομογενή σφαίρα $I_{cm} = (2/5)mr^2$, άρα:

$a = 10\cdot 0,8 / (1 + 2/5) = 8/(7/5) = 40/7$ m/s².

Η επιτάχυνση είναι προς τα κάτω κατά μήκος της ράβδου, δηλαδή αντίθετη της κίνησης από Κ προς Γ.

Η γωνιακή επιτάχυνση έχει μέτρο:

$α_{γων} = a/r = (40/7)/(1/70) = 400$ rad/s².

Δ3

Έστω x η απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας από το Κ, προς το Γ. Τότε η απόσταση του σημείου επαφής από την άρθρωση Α είναι:

$s = \ell/2 + x = 1 + x$.

Η κάθετη αντίδραση που ασκεί η ράβδος στη σφαίρα είναι:

$N = mg συνθ = mg ημφ = 0,4\cdot 10\cdot 0,6 = 2,4$ N.

Η σφαίρα ασκεί στη ράβδο ίση και αντίθετη δύναμη N. Η τριβή είναι παράλληλη στη ράβδο και δεν δημιουργεί ροπή ως προς το Α, επειδή η διεύθυνσή της περνά από το Α.

Ισορροπία ροπών της ράβδου ως προς Α:

$T\cdot(\ell/2)\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = Mg\cdot(\ell/2)\cdot\eta\mu\varphi + N(1 + x)$

$T\cdot 0{,}8 = 5{,}6\cdot 10\cdot 1\cdot 0{,}6 + 2{,}4(1 + x)$

$T\cdot 0{,}8 = 33{,}6 + 2{,}4 + 2{,}4x$

$T = 45 + 3x$ (SI), με $0 \le x \le 1$ m.

Δ4

Μετά την αποκοπή του νήματος, η ράβδος στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το Α. Από την αρχική θέση μέχρι τη θέση όπου σχηματίζει ξανά γωνία φ με την κατακόρυφο, αλλά κάτω από το Α, το κέντρο μάζας κατεβαίνει κατά:

$\Delta h = \ell\sigma\upsilon\nu\varphi = 2\cdot 0{,}8 = 1{,}6$ m.

Άρα από διατήρηση μηχανικής ενέργειας:

$K = Mg\Delta h = 5{,}6\cdot 10\cdot 1{,}6 = 89{,}6$ J.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το Α είναι:

$I = (1/3)M\ell^2 = (1/3)\cdot 5{,}6\cdot 2^2 = 112/15$ kg·m².

Επειδή $K = 1/2\ I\omega^2$:

$\omega = \sqrt{(2K/I)} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ rad/s.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι η ισχύς του βάρους:

$dK/dt = \tau_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}\cdot\omega$.

Στη θέση αυτή:

$\tau_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma} = Mg(\ell/2)\eta\mu\varphi = 5{,}6\cdot 10\cdot 1\cdot 0{,}6 = 33{,}6$ N·m.

Άρα:

$dK/dt = 33{,}6\cdot 2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6}$ W ≈ 164,6 W.

Δ5

Κατά την κρούση ο χρόνος είναι αμελητέος, οπότε διατηρείται η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής στο Α.

Η πρώτη ράβδος έχει ροπή αδράνειας I. Η δεύτερη έχει μάζα M΄ = 3M και ίδιο μήκος, άρα:

I΄ = 3I.

Αν ω είναι η γωνιακή ταχύτητα της πρώτης ράβδου λίγο πριν την κρούση και Ω η κοινή γωνιακή ταχύτητα αμέσως μετά, τότε:

$I\omega = (I + 3I)\Omega$

$I\omega = 4I\Omega \Rightarrow \Omega = \omega/4$.

Αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος:

$K_{\pi\rho\iota\nu} = 1/2\ I\omega^2$.

Τελική κινητική ενέργεια:

$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 1/2\cdot 4I\cdot(\omega/4)^2 = 1/8\ I\omega^2$.

Άρα:

$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}/K_{\pi\rho\iota\nu} = (1/8)/(1/2) = 1/4$.

Το ποσοστό απώλειας είναι:

$\Pi\% = (1 - 1/4)\cdot 100\% = 75\%$.