

## Αναλυτικές λύσεις – Φυσική Προσανατολισμού Γ' Λυκείου 2019

### ΘΕΜΑ Α

#### A1. Σωστό: β.

Σε συμβολή δύο σύγχρονων πηγών ίδιας συχνότητας, όλα τα σημεία στα οποία έχουν φτάσει και τα δύο κύματα ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα. Το πλάτος εξαρτάται από τη διαφορά δρόμου και παίρνει τιμές από 0 έως  $2A$ .

#### A2. Σωστό: γ.

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda_1 = v/(2f_2) = \lambda_2/2$$

$$v_{\max} = \omega A = 2\pi f A$$

Για τη χορδή (1):  $f_1 = 2f_2$  και  $A_1 = A_2/2$ , άρα:

$$v_{\max,1} = 2\pi(2f_2)(A_2/2) = 2\pi f_2 A_2 = v_{\max,2}$$

#### A3. Σωστό: α.

$$F = -bv \Rightarrow b = F/v = (\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2)/(\text{m}/\text{s}) = \text{kg}/\text{s}$$

#### A4. Σωστό: γ.

Το υγρό είναι ασυμπίεστο, άρα οι όγκοι που μετατοπίζονται είναι ίσοι:

$$A_1 d_1 = A_2 d_2$$

$$A_2 = 3A_1 \Rightarrow A_1 d_1 = 3A_1 d_2 \Rightarrow d_1 = 3d_2$$

#### A5.

- α) Λάθος. Η σφαίρα αλλάζει φορά, άρα  $|\Delta p| = 2p$ .
- β) Σωστό. Από κοντινές συχνότητες ίδιας διεύθυνσης προκύπτουν διακροτήματα.
- γ) Λάθος. Σε οριζόντιο σωλήνα, όταν αυξάνεται το εμβαδόν, μειώνεται η ταχύτητα και αυξάνεται η πίεση.
- δ) Σωστό. Το πλάτος εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και την απόσβεση.
- ε) Σωστό. Αν ο φορέας της δύναμης περνά από το κέντρο μάζας, η ροπή ως προς το Κ.Μ. είναι μηδέν.

### ΘΕΜΑ Β

#### B1. Σωστό: ii, 41/42.

Η πηγή απομακρύνεται από ακίνητο παρατηρητή. Για Doppler με κινούμενη πηγή:

$$f = f_s \cdot v/(v + v_s)$$

Πριν την κρούση:

$$v_s = v/20 \Rightarrow f_1 = f_s \cdot v/(v + v/20) = f_s \cdot 20/21$$

Η κρούση είναι πλαστική με ίσες μάζες, άρα από διατήρηση ορμής:

$$m(v/20) = 2mV \Rightarrow V = v/40$$

Μετά την κρούση:

$$f_2 = f_s \cdot v/(v + v/40) = f_s \cdot 40/41$$

Άρα:

$$f_1/f_2 = (20/21)/(40/41) = 41/42$$

### B2. Σωστό: iii, 3/16.

Στον οριζόντιο σωλήνα ισχύει συνέχεια παροχής. Με  $A_1 = 2A_2$  έχουμε:

$$A_1v_1 = A_2v_2 \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

Στον κατακόρυφο σωλήνα το ύψος  $h$  δίνει τη μανομετρική πίεση στο σημείο Δ:

$$p_1 - p_{\text{atm}} = \rho gh$$

Bernoulli από την περιοχή (1) μέχρι το στόμιο Γ, όπου  $p_\Gamma = p_{\text{atm}}$ :

$$p_1 + 1/2\rho v_1^2 = p_{\text{atm}} + 1/2\rho v_2^2$$

$$\rho gh = 1/2\rho(v_2^2 - v_1^2) = 1/2\rho(4v_1^2 - v_1^2)$$

$$h = 3v_1^2/(2g)$$

Η παροχή που μπαίνει στο δοχείο ισούται με την παροχή που βγαίνει από την οπή. Από Torricelli:

$$v_3 = \sqrt{2gH}$$

$$A_2v_2 = A_3v_3$$

Με  $A_3 = A_2/2$  και  $v_2 = 2v_1$ :

$$A_2 \cdot 2v_1 = (A_2/2)\sqrt{2gH} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH}/4$$

$$h = 3/(2g) \cdot (2gH/16) = 3H/16$$

$$h/H = 3/16$$

### B3. Σωστό: ii, 1/3 s.

Για τη ράβδο:

$$I_p = (1/3)ML^2 = (1/3) \cdot 3 \cdot 1^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Η δύναμη είναι συνεχώς κάθετη στο άκρο, άρα η ροπή της είναι σταθερή:

$$\tau = FL = 9\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\alpha = \tau/I = 9\pi \text{ rad/s}^2$$

Η ράβδος ξεκινά από ηρεμία και στρέφεται κατά  $\varphi = \pi/2$ :

$$\omega^2 = 2\alpha\varphi = 2 \cdot 9\pi \cdot \pi/2 = 9\pi^2 \Rightarrow \omega = 3\pi \text{ rad/s}$$

Στην πλαστική κρούση με το σώμα στο άκρο διατηρείται η στροφορμή ως προς Ο:

$$I_O \omega = (I_O + mL^2)\omega'$$

$$1 \cdot 3\pi = (1 + 1)\omega' \Rightarrow \omega' = 3\pi/2 \text{ rad/s}$$

Μετά την κρούση δεν υπάρχει ροπή ως προς Ο, άρα η γωνιακή ταχύτητα μένει σταθερή:

$$t = \theta/\omega' = (\pi/2)/(3\pi/2) = 1/3 \text{ s}$$

## ΘΕΜΑ Γ

### Γ1.

Αρχικά το  $\Sigma_1$  ισορροπεί:

$$k\Delta\ell = m_1g \Rightarrow k = m_1g/\Delta\ell = 1 \cdot 10/0,05 = 200 \text{ N/m}$$

Μετά την πλαστική κρούση η μάζα του συσσωματώματος είναι:

$$M = m_1 + m_2 = 2 \text{ kg}$$

Η νέα θέση ισορροπίας έχει επιμήκυνση:

$$\Delta\ell' = Mg/k = 2 \cdot 10/200 = 0,10 \text{ m}$$

Το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η οποία απέχει 0,10 m από τη νέα θέση ισορροπίας. Άρα:

$$A = 0,10 \text{ m}$$

### Γ2.

Τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση όπου βρισκόταν το  $\Sigma_1$  πριν την κρούση. Αυτή απέχει από τη νέα θέση ισορροπίας:

$$x_0 = 0,10 - 0,05 = 0,05 \text{ m}$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E = 1/2 kA^2 = 1/2 \cdot 200 \cdot 0,10^2 = 1 \text{ J}$$

Στη θέση  $x_0$ :

$$E = 1/2 Mv^2 + 1/2 kx_0^2$$

$$1 = 1/2 \cdot 2 \cdot v^2 + 1/2 \cdot 200 \cdot 0,05^2$$

$$1 = v^2 + 0,25 \Rightarrow v^2 = 0,75 \Rightarrow v = \sqrt{3}/2 \text{ m/s}$$

Κατά την ακαριαία κρούση διατηρείται η ορμή:

$$m_2u_0 = (m_1 + m_2)v$$

$$u_0 = 2 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

Άρα η κινητική ενέργεια του  $\Sigma_2$  πριν την κρούση είναι:

$$K_2 = 1/2 m_2 u_0^2 = 1/2 \cdot 1 \cdot 3 = 3/2 \text{ J}$$

Γ3.

Πριν την κρούση το  $\Sigma_2$  έχει ορμή προς τα πάνω:

$$p_{\text{πριν}} = m_2 u_0 = \sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Μετά την κρούση κινείται μαζί με το συσσωμάτωμα:

$$p_{\text{μετά}} = m_2 v = \sqrt{3}/2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p_2 = p_{\text{μετά}} - p_{\text{πριν}} = \sqrt{3}/2 - \sqrt{3} = -\sqrt{3}/2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Άρα:

$$|\Delta p_2| = \sqrt{3}/2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η μεταβολή της ορμής του  $\Sigma_2$  έχει φορά προς τα κάτω.

Γ4.

Θετική φορά είναι η φορά κίνησης αμέσως μετά την κρούση, δηλαδή προς τα πάνω. Η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\omega = \sqrt{(k/M)} = \sqrt{(200/2)} = 10 \text{ rad/s}$$

Θέτουμε:

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Για  $t = 0$ :  $x_0 = 0,05 \text{ m} = A/2$ , άρα  $\eta \mu \varphi_0 = 1/2$ . Επειδή η αρχική ταχύτητα είναι θετική,  $\sin \varphi_0 > 0$ , οπότε  $\varphi_0 = \pi/6$ .

$$x(t) = 0,10 \eta \mu(10t + \pi/6) \text{ (S.I.)}$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Στην αρχική ισορροπία το σώμα  $\Sigma$  ισορροπεί, άρα η τάση στο κατακόρυφο τμήμα του νήματος είναι:

$$T_2 = M \Sigma g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

Η τροχαλία ισορροπεί στροφικά, επομένως οι τάσεις στα δύο τμήματα του νήματος είναι ίσες:

$$T_1 = T_2 = 20 \text{ N}$$

Στον κύλινδρο, επειδή ισορροπεί στροφικά, η ροπή της τάσης αντισταθμίζεται από τη ροπή της στατικής τριβής:

$$f = T_1 = 20 \text{ N}$$

Κατά μήκος της σανίδας: η τάση και η τριβή τείνουν να ανεβάσουν τον κύλινδρο, ενώ το βάρος έχει συνιστώσα προς τα κάτω:

$$MK_{\text{γημφ}} = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 10 \text{ N}$$

Η δύναμη  $F$  έχει φορά προς τα κάτω στη σανίδα. Για ισορροπία:

$$F + MK_{\text{γημφ}} = T_1 + f$$

$$F + 10 = 20 + 20 \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$

## Δ2.

Μετά την κατάργηση της  $F$ , το σώμα  $\Sigma$  κατέρχεται με επιτάχυνση  $a_{\Sigma}$  και ο κύλινδρος ανέρχεται στη σανίδα με επιτάχυνση  $a_K$ . Επειδή το νήμα εφάπτεται στο πάνω μέρος του κυλίνδρου και ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς ολίσθηση:

$$a_{\Sigma} = 2a_K$$

Για το σώμα  $\Sigma$ :

$$M_{\Sigma}g - T_2 = M_{\Sigma}a_{\Sigma} \Rightarrow 20 - T_2 = 2a_{\Sigma}$$

Για την τροχαλία:

$$(T_2 - T_1)RT = I\alpha_T$$

$$T_2 - T_1 = (1/2 MTR^2)(a_{\Sigma}/RT)/RT = 1/2 MTa_{\Sigma} = a_{\Sigma}$$

Για τον κύλινδρο κατά μήκος της σανίδας:

$$T_1 + f - MK_{\text{γημφ}} = MKa_K$$

$$T_1 + f - 10 = 2a_K$$

Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου:

$$(T_1 - f)RK = IK\alpha_K$$

$$T_1 - f = (1/2 MKR^2)(a_K/RK)/RK = 1/2 MKa_K = a_K$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις:

$$T_1 + f = 10 + 2a_K, \quad T_1 - f = a_K$$

$$2T_1 = 10 + 3a_K \Rightarrow T_1 = 5 + 3a_K/2$$

Με  $a_{\Sigma} = 2a_K$ , από το σώμα και την τροχαλία:

$$T_2 = 20 - 2a_{\Sigma} = 20 - 4a_K$$

$$T_2 - T_1 = a_{\Sigma} = 2a_K$$

$$(20 - 4a_K) - (5 + 3a_K/2) = 2a_K$$

$$15 = 15a_K/2 \Rightarrow a_K = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a\Sigma = 2aK = 4 \text{ m/s}^2$$

Δ3.

Μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 0,5 \text{ s}$  ο κύλινδρος ξεκινά από ηρεμία με επιτάχυνση  $aK = 2 \text{ m/s}^2$ , άρα:

$$v_1 = aKt_1 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m/s}$$

Μετά το κόψιμο του νήματος ο κύλινδρος συνεχίζει να κυλιέται προς τα πάνω, αλλά επιβραδύνεται λόγω της συνιστώσας του βάρους. Για κύλιση χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο:

$$a = -g\eta\mu\phi / (1 + I/(MR^2))$$

$$a = -10 \cdot 0,5 / (1 + 1/2) = -10/3 \text{ m/s}^2$$

Ο χρόνος από το κόψιμο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία είναι:

$$0 = v_1 - (10/3)\Delta t \Rightarrow \Delta t = 3v_1/10 = 0,3 \text{ s}$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 0,5 + 0,3 = 0,8 \text{ s}$$

Δ4.

Διάστημα από  $t = 0$  έως  $t_1$ :

$$s_1 = 1/2 aK t_1^2 = 1/2 \cdot 2 \cdot 0,5^2 = 0,25 \text{ m}$$

Διάστημα από  $t_1$  έως  $t_2$ :

$$s_2 = v_1^2 / (2 \cdot 10/3) = 1 / (20/3) = 0,15 \text{ m}$$

$$s_{\text{ολ}} = s_1 + s_2 = 0,25 + 0,15 = 0,40 \text{ m}$$

Δ5.

Για να μην ανατραπεί η σανίδα, η κάθετη αντίδραση στο άκρο Α πρέπει να παραμένει μη αρνητική.

Το σημείο επαφής του κυλίνδρου αρχικά βρίσκεται σε απόσταση  $\Gamma\Delta = 0,2 \text{ m}$  προς το Α. Ο κύλινδρος διανύει συνολικά  $0,40 \text{ m}$  προς το Β, άρα στη δυσμενέστερη θέση βρίσκεται  $0,20 \text{ m}$  δεξιά του Γ.

$$x_{\text{max}} = -0,20 + 0,40 = 0,20 \text{ m}$$

Η κάθετη δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στη σανίδα έχει μέτρο:

$$N = MKg\sigma\eta\mu\phi = 2 \cdot 10 \cdot \sigma\eta\mu 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

Ροπές ως προς την άρθρωση Γ. Το βάρος της σανίδας δρα στο κέντρο μάζας της, το οποίο απέχει  $0,50 \text{ m}$  από το Γ προς το Α. Η ροπή του βάρους της σανίδας έχει μέτρο:

$$\tau_w = Mg \cdot 0,50 \cdot \sigma\eta\mu 30^\circ = 2 \cdot 10 \cdot 0,50 \cdot (\sqrt{3}/2) = 5\sqrt{3} \text{ N}\cdot\text{m}$$

Η μέγιστη αντίθετη ροπή από την κάθετη δύναμη του κυλίνδρου είναι:

$$\tau_{N,\text{max}} = N \cdot x_{\text{max}} = 10\sqrt{3} \cdot 0,20 = 2\sqrt{3} \text{ N}\cdot\text{m}$$

Επειδή:

$$\tau_w > \tau_{N,\text{max}}$$

η σανίδα τείνει να παραμείνει σε επαφή με το δάπεδο στο Α. Άρα η αντίδραση στο Α δεν μηδενίζεται και η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Mr. Spience