

Αναλυτικές λύσεις - Φυσική Προσανατολισμού 2020 (Παλαιό σύστημα)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σωστή απάντηση: β.

Το μήκος κύματος λ είναι η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων του μέσου που βρίσκονται στην ίδια φάση. Δηλαδή έχουν ίδια απομάκρυνση και κινούνται κατά την ίδια φορά.

A2. Σωστή απάντηση: γ.

Στον αέρα η εξωτερική ροπή ως προς το κέντρο μάζας θεωρείται πρακτικά μηδενική, άρα η στροφορμή διατηρείται. Ο αθλητής συμπύκνωση τα άκρα του, μειώνει τη ροπή αδράνειας και επομένως αυξάνει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

$$L = I\omega = \text{σταθερό}$$

A3. Σωστή απάντηση: α.

Καθώς το νερό πέφτει, η ταχύτητά του αυξάνεται λόγω βαρύτητας. Από την εξίσωση συνέχειας, για ασυμπίεστο ρευστό, όταν αυξάνεται η ταχύτητα μειώνεται το εμβαδόν διατομής.

$$Av = \text{σταθερό}$$

A4. Σωστή απάντηση: α.

Σε ανελαστική κρούση η ορμή του συστήματος διατηρείται, αλλά η κινητική ενέργεια δεν διατηρείται. Ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα, ήχο, παραμόρφωση κ.λπ.

A5.

- α) Σωστό. Στον συντονισμό το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b .
- β) Λάθος. Η υδροστατική πίεση εξαρτάται από το βάθος από την ελεύθερη επιφάνεια, όχι από την απόσταση από τον πυθμένα.
- γ) Λάθος. Η εξίσωση Bernoulli είναι συνέπεια της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στη ροή ιδανικού ρευστού.
- δ) Λάθος. Η περίοδος των διακροτημάτων είναι $T_{\delta} = 1/|f_1 - f_2|$, όχι $|T_1 - T_2|$.
- ε) Σωστό. Στη μεταφορική κίνηση όλα τα σημεία του στερεού έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Β

B1

Σωστή απάντηση: ii.

Στο αριστερό έμβολο η πρόσθετη πίεση είναι F/A_1 . Στο δεξί έμβολο η πρόσθετη πίεση λόγω του σώματος είναι w/A_2 . Το αριστερό έμβολο βρίσκεται χαμηλότερα κατά h , άρα η πίεση εκεί είναι μεγαλύτερη κατά ρgh .

$$F/A_1 = w/A_2 + \rho gh$$

$$F/A_1 = (w + \rho gh A_2)/A_2$$

Άρα σωστή είναι η σχέση ii.

B2

Σωστή απάντηση: ii, δηλαδή $\lambda = 16 \text{ cm}$.

Η μετακίνηση του σωλήνα Β κατά x μεταβάλλει τη διαφορά δρόμου των δύο κυμάτων κατά $2x$, γιατί αλλάζουν δύο ίσα τμήματα της διαδρομής. Από ενισχυτική συμβολή μέχρι την πρώτη αποσβεστική συμβολή η διαφορά δρόμου μεταβάλλεται κατά $\lambda/2$.

$$2(x_2 - x_1) = \lambda/2$$

$$2 \cdot 4 \text{ cm} = \lambda/2$$

$$\lambda = 16 \text{ cm}$$

B3

Σωστή απάντηση: iii, δηλαδή $\Pi_1 = \Pi_2$.

Σε κεντρική ελαστική κρούση σώματος μάζας m_1 με ακίνητο σώμα μάζας m_2 , το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο αρχικά ακίνητο σώμα είναι:

$$\Pi = 4m_1m_2/(m_1 + m_2)^2 \cdot 100\%$$

Αν αντιστραφούν οι ρόλοι των δύο σφαιρών, ο τύπος γίνεται:

$$\Pi = 4m_2m_1/(m_1 + m_2)^2 \cdot 100\%$$

που είναι ακριβώς το ίδιο. Άρα $\Pi_1 = \Pi_2$.

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N/m}$, $\theta = 30^\circ$, $h = 0,6 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. Θετική φορά: από τη βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου.

Πριν την κρούση το σώμα Σ1 ισορροπεί. Η συμπίεση του ελατηρίου είναι:

$$k \cdot \Delta l_1 = m_1 g \eta_{\mu\theta}$$

$$100 \cdot \Delta l_1 = 1 \cdot 10 \cdot 1/2$$

$$\Delta l_1 = 0,05 \text{ m}$$

Γ1. Ταχύτητα συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

Το σώμα Σ2 αφήνεται από ύψος h , οπότε λίγο πριν την κρούση έχει ταχύτητα:

$$v_2 = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \cdot 10 \cdot 0,6)} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Η συνιστώσα της ταχύτητας παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο είναι:

$$v_{2,\text{παρ}} = v_2 \cdot \eta_{\mu 30^\circ} = 2\sqrt{3} \cdot 1/2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

Η κρούση είναι πλαστική. Κατά τη διεύθυνση του κεκλιμένου εφαρμόζουμε διατήρηση ορμής:

$$m_2 v_{2,\text{παρ}} = (m_1 + m_2) V$$

$$3\sqrt{3} = 4V$$

$$V = 3\sqrt{3}/4 \text{ m/s}$$

Η φορά της ταχύτητας είναι προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Με τη θετική φορά της εκφώνησης:

$$V_0 = -3\sqrt{3}/4 \text{ m/s}$$

Γ2. Πλάτος ταλάντωσης

Μετά την κρούση η μάζα του συσσωματώματος είναι:

$$M = m_1 + m_2 = 4 \text{ kg}$$

Η νέα θέση ισορροπίας αντιστοιχεί σε συμπίεση:

$$k \cdot \Delta l_0 = M g \eta \mu \theta$$

$$100 \cdot \Delta l_0 = 4 \cdot 10 \cdot 1/2$$

$$\Delta l_0 = 0,20 \text{ m}$$

Τη στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται ακόμη στη θέση όπου η συμπίεση είναι 0,05 m. Άρα ως προς τη νέα θέση ισορροπίας η απομάκρυνση είναι:

$$x_0 = \Delta l_0 - \Delta l_1 = 0,20 - 0,05 = 0,15 \text{ m}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{(k/M)} = \sqrt{(100/4)} = 5 \text{ rad/s}$$

Για την ΑΑΤ ισχύει:

$$A^2 = x_0^2 + (V_0/\omega)^2$$

$$A^2 = (0,15)^2 + [(-3\sqrt{3}/4)/5]^2$$

$$A^2 = 0,0225 + 27/400 = 0,09$$

$$A = 0,30 \text{ m}$$

Γ3. Εξίσωση απομάκρυνσης

Θέτουμε:

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

Για $t = 0$:

$$x_0 = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow 0,15 = 0,30 \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1/2$$

Επειδή η αρχική ταχύτητα είναι αρνητική, πρέπει $\sin \varphi_0 < 0$. Άρα:

$$\varphi_0 = 5\pi/6$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x = 0,30 \eta \mu(5t + 5\pi/6) \text{ (S.I.)}$$

Γ4. Λόγος δύναμης ελατηρίου προς δύναμη επαναφοράς

Δίνεται $K = 8U$. Η ολική ενέργεια είναι $E = K + U = 9U$. Επειδή:

$$U/E = x^2/A^2$$

παίρνουμε:

$$x^2/A^2 = 1/9 \Rightarrow |x| = A/3 = 0,10 \text{ m}$$

Το σώμα ξεκινά από $x_0 = +0,15 \text{ m}$ με αρνητική ταχύτητα. Άρα περνά πρώτα από $x = +0,10 \text{ m}$ και δεύτερη φορά από $x = -0,10 \text{ m}$.

Στη δεύτερη φορά:

$$x = -0,10 \text{ m}$$

Η συμπίεση του ελατηρίου τότε είναι:

$$\Delta l = \Delta l_0 - x = 0,20 - (-0,10) = 0,30 \text{ m}$$

$$F_{ελ} = k\Delta l = 100 \cdot 0,30 = 30 \text{ N}$$

$$F_{επ} = k|x| = 100 \cdot 0,10 = 10 \text{ N}$$

$$F_{ελ}/F_{επ} = 30/10 = 3$$

ΘΕΜΑ Δ

Δεδομένα: $M_1 = 6 \text{ kg}$, $L = 1 \text{ m}$, $m = 1 \text{ kg}$, $r = 0,1 \text{ m}$, $R = 2,8 \text{ m}$, $\eta_{\mu\phi} = 0,6$, $\text{συν}\phi = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Δ1. Τάση νήματος και μάζα δίσκου

i) Για τη ράβδο με το υλικό σημείο Σ, παίρνουμε ροπές ως προς την άρθρωση Α. Η τάση Τ είναι οριζόντια και ασκείται στο μέσο Γ.

$$T \cdot (L/2 \text{ συν}\phi) = M_1 g \cdot (L/2 \eta_{\mu\phi}) + m g \cdot (L \eta_{\mu\phi})$$

$$T \cdot (0,5 \cdot 0,8) = 6 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 0,6 + 1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,6$$

$$0,4T = 18 + 6 = 24$$

$$T = 60 \text{ N}$$

ii) Για τον δίσκο στην ισορροπία, η τάση στο ανώτερο σημείο προκαλεί ροπή που εξισορροπείται από τη στατική τριβή στο σημείο επαφής. Από ισορροπία ροπών προκύπτει:

$$f \cdot r = T \cdot r \Rightarrow f = T$$

Στην κατακόρυφη διεύθυνση:

$$f = M_2 g$$

$$M_2 g = T \Rightarrow M_2 = 60/10 = 6 \text{ kg}$$

Δ2. Γωνιακή επιτάχυνση αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, ροπή ως προς Α δίνουν μόνο τα βάρη της ράβδου και του υλικού σημείου.

$$\Sigma \tau_A = M1g \cdot (L/2 \sin \varphi) + mg \cdot (L \sin \varphi)$$

$$\Sigma \tau_A = 18 + 6 = 24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς Α είναι:

$$I = I_{\text{ράβδου}} + I_{\Sigma} = (1/3)M1L^2 + mL^2$$

$$I = (1/3) \cdot 6 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1^2 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Sigma \tau_A = I\alpha \Rightarrow \alpha = 24/3 = 8 \text{ rad/s}^2$$

Δ3. Μεταβολή στροφορμής μέχρι τη θέση όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια

i) Αρχικά το στερεό είναι ακίνητο, άρα $L_{\text{αρχ}} = 0$. Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας μέχρι τη θέση όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια:

$$1/2 I\omega^2 = M1g \cdot (L/2 \sin \varphi) + mg \cdot (L \sin \varphi)$$

$$1/2 \cdot 3 \cdot \omega^2 = 6 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 0,8 + 1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,8$$

$$1,5\omega^2 = 24 + 8 = 32$$

$$\omega^2 = 64/3 \Rightarrow \omega = 8/\sqrt{3} \text{ rad/s}$$

Το μέτρο της στροφορμής στη θέση αυτή είναι:

$$L_{\text{τελ}} = I\omega = 3 \cdot 8/\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$|\Delta L| = 8\sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

ii) Η περιστροφή είναι δεξιόστροφη στο επίπεδο του σχήματος, άρα το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής έχει κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του σχήματος και προς τα μέσα.

Δ4. Ταχύτητα κέντρου μάζας του δίσκου στη βάση του τεταρτοκυκλίου

Ο δίσκος κυλίνεται χωρίς ολίσθηση. Το κέντρο μάζας του κατεβαίνει κατά:

$$\Delta h = R - r = 2,8 - 0,1 = 2,7 \text{ m}$$

Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας:

$$M2g\Delta h = 1/2 M2v^2 + 1/2 I_{\text{cm}}\omega^2$$

$$I_{\text{cm}} = 1/2 M2r^2, \quad v = \omega r$$

$$M2g\Delta h = 1/2 M2v^2 + 1/4 M2v^2 = 3/4 M2v^2$$

$$10 \cdot 2,7 = 3/4 v^2$$

$$v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

Δ5. Αριθμός περιστροφών

i) Στο τεταρτοκύκλιο το κέντρο μάζας του δίσκου διαγράφει τόξο ακτίνας $R - r$. Άρα το μήκος της τροχιάς του είναι:

$$s_1 = (\pi/2)(R - r) = (\pi/2) \cdot 2,7 = 1,35\pi \text{ m}$$

Στην κύλιση χωρίς ολίσθηση:

$$N_1 = s_1/(2\pi r) = 1,35\pi/(2\pi \cdot 0,1) = 6,75 = 27/4 \text{ περιστροφές}$$

ii) Στο λείο οριζόντιο δάπεδο δεν υπάρχει τριβή, άρα δεν υπάρχει ροπή ως προς το κέντρο μάζας. Η γωνιακή ταχύτητα παραμένει ίση με την τιμή που είχε στη βάση:

$$\omega = v/r = 6/0,1 = 60 \text{ rad/s}$$

Για διάστημα $s = \pi \text{ m}$, ο χρόνος είναι:

$$t = s/v = \pi/6 \text{ s}$$

Η γωνία περιστροφής είναι:

$$\theta = \omega t = 60 \cdot \pi/6 = 10\pi \text{ rad}$$

$$N_2 = \theta/(2\pi) = 10\pi/(2\pi) = 5 \text{ περιστροφές}$$